

## Geoplano e os Quadriláteros Notáveis: um estudo a partir da Teoria de Van Hiele

Fabricia Nates dos Santos Galvão<sup>1</sup>  
Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

Ivete Cevallos<sup>2</sup>  
Universidade do Estado de Mato Grosso Carlos Alberto Reyes Maldonado (UNEMAT)

### RESUMO

No presente artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso cujo objetivo foi identificar o processo de aprendizagem, segundo os níveis de Van Hiele, dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental ao utilizarem o Geoplano em atividades envolvendo conceitos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis. Apropriando-se da abordagem qualitativa, desenvolveu-se a investigação em três momentos: pré-teste, oficina e pós-teste. A pesquisa elegeu como questão norteadora: Como a Teoria de Van Hiele e o uso do Geoplano influenciam o processo de ensino e aprendizagem nos estudos de quadriláteros notáveis? Os dados mostraram que a utilização do Geoplano como recurso metodológico para o ensino de Geometria, tomando por base os níveis propostos por Van Hiele, favoreceu aos alunos progressão de aprendizagem em termos de apropriação dos conceitos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis.

**Palavras-chave:** Materiais Manipuláveis; Geoplano; Teoria de Van Hiele; Geometria; Aprendizagem.

### Geoboard and the Notable Quadrilaterals: a study after the Van Hiele's Theory

#### ABSTRACT

In this article, we present results of a Course's Conclusion Work's research whose objective was to identify the learning process, according to the Van Hiele's levels, of the Middle School 8th grade students while using the Geoboard in activities involving concepts about the properties of the notable quadrilaterals. Appropriating the qualitative approach, it was developed an investigation on three moments: pre-test, workshop, and after-test. The research chose as a guiding question: How do Van Hiele's Theory and the use of the Geoplano influence the teaching and learning process in studies of notable quadrilaterals? The data shows that using the Geoboard as a methodological resource to the teaching of Geometry, taking as a base the levels suggested by Van Hiele, favored to students learning progression in terms of appropriation of the notable quadrilaterals properties' concepts.

**Keywords:** Manipulative Materials; Geoboard; Van Hiele's Theory; Geometry; Learning.

### Geoplano y los Cuadriláteros Notables: un estudio a partir de la Teoría de Van Hiele

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE), da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Bolsista Demanda Social/CAPES pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE), da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Cuiabá, MT, Brasil. Endereço para correspondência: Rua das Hortências, 617, Jardim Padre Paulo, Cáceres, MT, Brasil, CEP: 78217-630. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0508-2725>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1173869202776456>. E-mail: [fabricia\\_nates@hotmail.com](mailto:fabricia_nates@hotmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professora no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade do Estado de Mato Grosso Carlos Alberto Reyes Maldonado (UNEMAT), Cáceres, MT, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Cavallhada 119, casa 3 – Cavallhada I Cáceres, MT, Brasil, CEP: 78216114. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4520-394X>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/383614195754831>. E-mail: [ic@unemat.br](mailto:ic@unemat.br).

## RESUMEN

En este artículo, presentamos resultados de un Trabajo de Conclusión de Curso cuyo objetivo fue identificar el proceso de aprendizaje, de acuerdo con los niveles de Van Hiele, de los alumnos del 8° grado de la Escuela Primaria utilizando el Geoplano en actividades involucrando los conceptos sobre las propiedades de los cuadriláteros notables. Apropriadose del enfoque cualitativo, la investigación fue desarrollada en tres momentos: preprueba, taller y posprueba. La investigación eligió como pregunta orientadora: ¿Cómo influyen la Teoría de Van Hiele y el uso del Geoplano en el proceso de enseñanza y aprendizaje en estudios de cuadriláteros notables? Los datos mostraron que utilizando el Geoplano como recurso metodológico para la enseñanza de Geometría, teniendo como base los niveles propuestos por Van Hiele, favoreció la progresión de aprendizaje de los estudiantes en términos de apropiación de los conceptos sobre las propiedades de los cuadriláteros notables.

**Palabras-llave:** Materiales Manipulables; Geoplano; Teoría de Van Hiele, Geometría; Aprendizaje.

## INTRODUÇÃO

A Matemática, sem dúvidas, está presente em todas as ambiências em que vive o homem. Sua origem foi marcada pela necessidade humana de medir e contar objetos, de modo a constituir-se como motor para o desenvolvimento da humanidade e da Matemática até os dias atuais. Com a Geometria não é diferente, tendo em vista que ela é uma ciência, subárea da Matemática, que também teve seu surgimento advindo da necessidade dos seres humanos em resolver problemas, dividir terras férteis para o cultivo de alimentos, construir artefatos e moradias, dentre outras. Com isso, é evidente que ela é tão importante quanto qualquer outra área do conhecimento matemático, sendo fundamental para a construção do pensamento geométrico e raciocínio lógico, bem como na execução de atividades diárias dos seres humanos, que se apresentam sob diferentes formas e em diversos lugares.

Neste sentido, Fainguelernt (1995) ressalta que a Geometria ativa as estruturas mentais dos alunos, principalmente ao se focar o ensino e a aprendizagem no aspecto topológico, projetivo e euclidiano, em que a criança tem a possibilidade de conhecer e explorar o ambiente em que vive, realizar novas descobertas, identificar formas geométricas, bem como pode contribuir para o desenvolvimento do seu pensamento crítico e autônomo.

No entanto, ao longo dos anos, apesar da importância da Geometria, pesquisas têm evidenciado fragilidade e negligência com o seu ensino no espaço escolar. As autoras Pavanello (1993), Nacarato e Passos (2003) ratificam, em seus estudos, esse visível abandono do ensino de Geometria nas escolas públicas, municipais e estaduais, desde a Educação Infantil até o Ensino Fundamental e Médio.

Assim, o que se tem constatado é que a Geometria, geralmente, é abordada de forma superficial pelos professores e, quando o fazem, ela é apresentada sob a forma de cálculos a

partir de apresentação de propriedades e fórmulas, sem descobertas, sem deduções, com pouca exploração de materiais manipuláveis e do movimento de figuras geométricas. Esse fato, talvez, seja justificado por lacunas formativas dos professores em relação aos conteúdos de Geometria (NACARATO; PASSOS, 2003), o que acarreta demasiada falta de preparo desses profissionais para o trabalho com os alunos.

Segundo Bittar e Freitas (2005, p. 97), esse tipo de ensino de Geometria, vazia de significados e descontextualizada do cotidiano dos alunos, “pode gerar uma população de estudantes com dificuldades para raciocinar geometricamente”, pois o que é abordado pode não fazer sentido para eles, dificultando, assim, a sua compreensão e apreensão dos conceitos geométricos.

Desse modo, ao levarmos em consideração o processo ensino e aprendizagem da Geometria, é necessário proporcionar aos alunos diferentes oportunidades para que desenvolvam habilidades que lhes permitam gradativamente trabalhar com o conhecimento geométrico. Entretanto, é preciso que o professor incentive os seus alunos a construir esse conhecimento, tendo em vista que as representações geométricas não são inatas.

Nessa perspectiva, uma alternativa viável no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, no espaço escolar, seria a utilização, sem engessamento, da Teoria de Van Hiele, considerando que ela se pauta por uma sequência de cinco níveis de aprendizagem de conceitos geométricos, que são: o reconhecimento, a análise, a síntese, a dedução e o rigor.

Diante do exposto, neste artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), da primeira autora, sob orientação da segunda autora. A pesquisa elegeu a seguinte questão norteadora: *Como a Teoria de Van Hiele e o uso do Geoplano influenciam o processo de ensino e aprendizagem nos estudos de quadriláteros notáveis?* O objetivo foi identificar o processo de aprendizagem, segundo os níveis de Van Hiele, dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental ao utilizarem o Geoplano em atividades envolvendo conceitos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis. Tratou-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, em que recorreremos à utilização de recursos metodológicos, mais especificamente, o Geoplano para o desenvolvimento de conceitos sobre os quadriláteros notáveis cujo suporte teórico foram os níveis propostos pela Teoria de Van Hiele.

Para tanto, estruturamos o artigo da seguinte forma: primeiramente, apresentamos o referencial teórico que fundamenta a pesquisa, com enfoque ao Geoplano como recurso metodológico utilizado para o ensino de Geometria e à Teoria de Van Hiele que deu subsídios

para o desenvolvimento da investigação. Em seguida, abordamos o caminho metodológico adotado; posteriormente, trazemos os resultados da pesquisa e, por fim, tecemos as considerações finais acerca do estudo realizado.

## **GEOPLANO: RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DAS PROPRIEDADES DOS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS**

O ensino da Matemática, assim como o da Geometria, não se limita a cálculos, fórmulas e formas geométricas. É preciso levar em consideração aspectos didáticos e pedagógicos em todo o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, que lhes permitam construir e elaborar conhecimentos a partir do seu cotidiano, de modo que faça sentido para eles.

Nesse sentido, no decorrer da trajetória da Educação Matemática, foram sendo desenvolvidos diversos recursos metodológicos facilitadores para o processo de ensino e aprendizagem. Esses recursos podem ser o material didático, considerado “qualquer instrumento útil ao processo de ensino aprendizagem. Portanto, o material didático pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros” (LORENZATO, 2006, p. 18).

Dentre as possibilidades de materiais didáticos existentes, consideramos fundamental a utilização dos materiais manipuláveis, de forma que os alunos comecem a construção do conhecimento a partir da percepção de objetos concretos e práticas manipulativas baseadas na experimentação. Esse tipo de material é aquele que os alunos têm a oportunidade de tocar, manipular e movimentar e, quando utilizado adequadamente pelo professor, pode ser um recurso metodológico que facilita a compreensão, aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio do aluno de forma lúdica e prazerosa.

Nessa direção, Sousa e Oliveira (2010) apontam os materiais manipuláveis como sendo uma proposta pedagógica capaz de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e significativas para os alunos, tendo em vista que, segundo os autores, além de despertar o interesse dos alunos, proporcionam maior interação com o conteúdo matemático proposto pelo professor.

Contudo, é importante destacar que o professor deve assumir o papel de mediador no processo de ensino e aprendizagem, de modo a deixar de ser mero transmissor de conhecimento para ser um estimulador de todos os processos que levam os alunos a construírem seus próprios

conhecimentos. Além disso, é preciso que ele escolha o material adequado para as aulas que melhor favoreça ao conteúdo estudado.

Ainda no que se refere à utilização de recursos didáticos, Nacarato (2005) enfatiza que o uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer que seja o material manipulável, pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática do aluno. Nessa perspectiva, é importante que o professor faça uma reflexão sobre como utilizar esses materiais nas aulas de Matemática, de modo a construir uma visão crítica acerca de sua utilização no trabalho com os alunos para que eles tenham maior compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesse sentido, Pais (2000, p. 14-15) ressalta que:

O uso de materiais didáticos no ensino de geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica para que, evitando os riscos de permanência em um realismo ingênuo ou de um empirismo, contribua na construção do aspecto racional. Uma compreensão inicial pode induzir um aparente dualismo entre as condições concretas e particulares dos recursos didáticos em oposição às condições abstratas e gerais das noções geométricas. Mas esta dualidade não deve ser vista como pólos isolados do processo de construção conceitual, deve ser superada pela busca de um racionalismo aberto, dialogado e dialetizado. Em suma, devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno.

Assim, no caso do ensino de Geometria, dentre os materiais didáticos que permitem um trabalho de manipulação, destacamos o Geoplano, uma vez que ele possibilita ao aluno explorar, montar, descrever, identificar e assimilar as diferenças e possíveis semelhanças entre figuras geométricas planas (GALVÃO; CEVALLOS, 2015). Além disso, é um recurso didático apropriado ao estudo dos quadriláteros notáveis, devido à sua facilidade de manuseio, construção, visualização e percepção das propriedades.

Ao utilizar o Geoplano no processo de ensino e aprendizagem sobre os quadriláteros notáveis, é possível dizer que o seu manuseio possibilita várias experiências, de modo que os alunos possam construir, por si, figuras geométricas e se apropriarem de conceitos matemáticos a partir das atividades propostas, partindo, inclusive, do nível de aprendizagem em que se encontram (GALVÃO; CEVALLOS, 2015). Salienta-se, também, que este material revela-se um aliado no ensino de Geometria, na construção e representação de figuras geométricas planas, de forma dinâmica e prazerosa para os alunos com interação entre si e com a mediação do professor.

A fim de complementar a busca por materiais que auxiliem o professor nas aulas de Matemática para o ensino de Geometria, consideramos que a Teoria de Van Hiele contribui, de

forma significativa, para essa ação, pois a sua importância está na transparência dos conceitos geométricos, sendo possível que se tenha prévia visualização do que o professor necessita para prosseguir na construção de novos conhecimentos, seguindo os níveis que a própria teoria sugere.

## **A TEORIA DE VAN HIELE E OS NÍVEIS DE COMPREENSÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

A teoria de Van Hiele foi criada em 1957 a partir das experiências vivenciadas pelo casal holandês Dina Van Hiele Geldof e Pierre Marie Van Hiele, os quais se depararam com alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem em Geometria. Desse modo, a teoria desenvolvida sugere que os alunos progredam a partir de uma sequência lógica de níveis de compreensão dos conceitos geométricos. Assim, o processo de aprendizagem desses alunos depende de, progressivamente, passarem de um nível de aprendizagem para outro. É importante frisar que os cinco níveis consistem em conhecimentos gerais sobre Geometria plana, englobando o pensamento geométrico e raciocínio lógico do aluno.

A teoria de Van Hiele, conforme enfatiza Vieira (2010, p. 31), “[...] privilegia o valor do ensino e propõe que os professores devem trabalhar de forma adequada para que o aluno consiga passar de um nível para o outro”. Isso significa que essa teoria pode ser um norte para o professor pensar o seu plano de aula a fim de que alunos atinjam os respectivos níveis de ensino e, assim, possam explorar o nível seguinte.

Nasser e Sant’ Ana (1997) destacam que o nível básico refere-se ao reconhecimento, no qual os indivíduos adquirem uma concepção de espaço em sua volta, reconhecendo as figuras planas apenas por sua aparência. Após o reconhecimento dos quadriláteros notáveis, passam para o nível de análise, em que os alunos devem apropriar-se dos conceitos relativos ao reconhecimento de partes das figuras, as quais podem ser identificadas, bem como as suas propriedades; em seguida, alcançam o nível de síntese, em que acontece a percepção da necessidade das propriedades, ou seja, a percepção de que uma decorre da outra; chegando, assim, até a dedução, quando devem ser capazes de deduzir as propriedades de uma figura e reconhecer as suas classes, podendo também estarem aptos a construir uma demonstração diante da dedução do sistema axiomático; por fim, chegam finalmente, ao nível do rigor, no qual os alunos devem ser capazes de trabalhar com diferentes sistemas axiomáticos, estabelecendo a diferença entre os objetos e a sua essência.

Sob essa ótica, Galvão e Cevallos (2015) consideram a importância não somente da apropriação dos conceitos por meio do reconhecimento das figuras (no nível 1) da teoria de Van Hiele – como entendem, também, que a postura do professor deve ser problematizadora durante as ações que envolvem a aprendizagem dos alunos, pautada na exploração de situações do cotidiano dos alunos, bem como a incorporação de elementos da história da Geometria para que a aprendizagem seja mais motivadora e significativa para os alunos.

Desse modo, é possível considerar que os alunos somente atingirão determinado nível de aprendizagem proposto pela Teoria de Van Hiele, seja a compreensão e construção de conceitos geométricos, se ele interiorizar os elementos que compõem os níveis anteriores.

### **CAMINHO METODOLÓGICO DA PESQUISA E A DINÂMICA DA OFICINA**

Para o desenvolvimento da pesquisa, pautamo-nos na abordagem qualitativa. Para Lüdke e André (2015), a pesquisa qualitativa tem ocupado reconhecido lugar no que se refere à pesquisa educacional, tendo em vista que ela supõe o contato direto e natural do pesquisador com a sua fonte de dados, bem como com o ambiente e a situação a ser investigada.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual União e Força, localizada no centro do município de Cáceres-MT, que se dispuseram a participar voluntariamente da investigação. Para preservar a identidade dos alunos que participaram da pesquisa, utilizamos, em lugar de seus nomes, as letras do alfabeto; assim, serão referidos como aluno seguido das respectivas letras de A a X.

Destacamos que a pesquisa foi realizada em três momentos, os quais passamos a expor a seguir:

O *primeiro momento*, denominado de pré-teste, foi realizado com todos os alunos regularmente matriculados no 8º ano C do Ensino fundamental, no total de 23 alunos que estavam presentes, em horário normal de aula. Este instrumento era composto por nove questões, que objetivavam identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis.

No *segundo momento*, foi realizada uma oficina durante três dias, envolvendo o manuseio e manipulação do Geoplano, previamente construído com pedaços de madeira e pregos, o qual visava à construção de figuras geométricas e à formalização de conceitos sobre os quadriláteros notáveis pelos alunos, com base na sequência dos níveis da Teoria de Van Hiele – nível básico, nível 1 e 2. Nesse momento, todos os alunos foram convidados, porém

participaram apenas nove alunos, pelo fato de ter sido realizado em contra turno ao horário de aula. As atividades desenvolvidas foram gravadas em áudio e fotografadas.

Iniciamos a oficina conversando com os alunos sobre os quadriláteros notáveis e propondo atividades, seguindo os níveis de compreensão de Van Hiele. Em se tratando do Nível básico – Reconhecimento, solicitamos que eles manuseassem o Geoplano, livremente, para se familiarizarem com o material. Neste momento, os alunos foram instigados a reconhecerem as figuras que eles haviam construído, bem como para que fossem formando, no Geoplano, os cinco tipos de quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio, dando ênfase ao reconhecimento de cada figura geométrica plana.

No que se refere ao Nível 1 – Análise, foi proposto, aos alunos, que a partir de uma mesma figura disposta em diferentes posições, identificassem suas propriedades mínimas. Ainda, que verificassem qual a semelhança e diferença entre um quadrado e um retângulo ou entre um losango e um quadrado. Distribuímos, para cada aluno, uma folha impressa e uma folha de registro contendo a atividade que deveriam desenvolver.

Dando sequência, passamos ao Nível 2 – Síntese, quando os alunos foram instigados a identificarem as propriedades que caracterizam cada quadrilátero notável. Esta atividade foi elaborada utilizando cartolinas, em que foram formados cinco cartazes, um para cada tipo de quadrilátero. Na parte superior de cada cartaz, dispomos os quadriláteros construídos com material de E.V.A dos tipos correspondentes, mas em posições e tamanhos diferentes. Nos próprios cartazes, logo abaixo das figuras, abrimos fendas de 3 cm de largura para encaixe de tiras com 30 cm de comprimento, preparadas previamente com os nomes de cada quadrilátero e com as propriedades correspondentes, em número suficiente para os cinco cartazes.

No *terceiro e último momento*, foi realizado um pós-teste com os nove alunos que participaram da oficina e com as mesmas questões do pré-teste, com o qual se pretendeu identificar se, com a utilização de recursos metodológicos como o Geoplano seguindo a sequência de níveis de compreensão proposta pela Teoria de Van Hiele, do básico ao nível 2, os alunos progrediam na compreensão dos conceitos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis.

## **RESULTADOS DA PESQUISA**

Os dados para análise foram obtidos por meio da aplicação do pré-teste e, após a realização da oficina, do pós-teste com os mesmos alunos participantes. Dito isto, apresentamos a seguir os resultados da pesquisa.

#### *Análise do pré-teste realizado com 23 alunos*

No pré-teste, como já mencionado, participaram 23 alunos e, na primeira questão, buscamos verificar se eles conseguiam identificar os cinco quadriláteros notáveis. Observamos, nesse questionamento, que os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade em identificar o quadrado e o retângulo. No entanto, em relação ao paralelogramo, 15 alunos identificaram-no, o que corresponde a 65,2% do total de alunos; três erraram e cinco não responderam à questão.

Em se tratando do trapézio, 12 alunos identificaram-no, o que corresponde a 52%; seis alunos erraram e cinco não responderam. Quanto à identificação do losango, 20 alunos conseguiram identificar e nomeá-lo, ou seja, 86,95% do total; dois estudantes erraram e apenas um não respondeu.

Ressaltamos que, dentre a quantidade de alunos que conseguiram identificar o paralelogramo, o losango e o trapézio, seis deles apresentaram erros quanto à descrição adequada da nomenclatura, mas, foi possível notar que tinham certa noção da relação figura/nome.

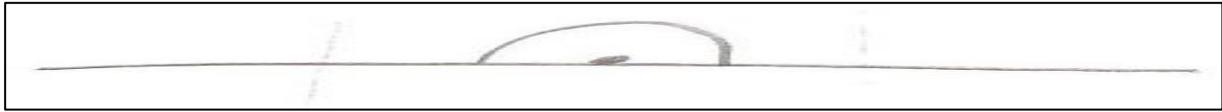
A partir da análise realizada e, tomando por base a proposta sugerida pela Teoria de Van Hiele no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio em Geometria, constatamos que apenas oito alunos, o que corresponde a 35% do total de participantes da pesquisa, identificaram os cinco quadriláteros notáveis, incluindo aqueles alunos que não escreveram corretamente a nomenclatura de algumas figuras geométricas planas, mas que demonstraram, mesmo assim, atingir o nível básico de reconhecimento. É importante mencionar que os demais alunos atingiram parcialmente este nível, uma vez que não foram capazes de identificar todas as figuras apresentadas.

Ao analisarmos as questões 2, 3 e 4, dividimos as respostas em três categorias: alunos que não responderam ou responderam de forma incorreta; alunos que responderam utilizando linguagem não formal da Matemática e respostas corretas.

Em relação à questão 2: *O que você entende por ângulo reto? Dê um exemplo. Pode ser um desenho*; destacamos que, no pré-teste, 16 alunos, ou seja, 69,58% pertencem à primeira

categoria, e a maioria deles confundiu ângulo reto com ângulo raso, conforme apresentado na Figura 1.

**Figura 1** – Resposta dada pelo aluno A

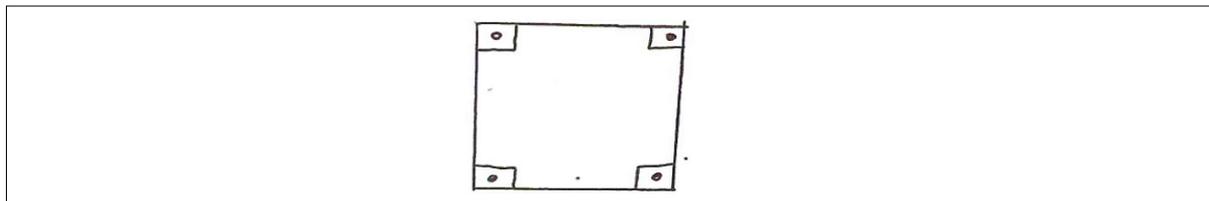


**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2674).

No que se refere à categoria de alunos que responderam utilizando linguagem não formal da Matemática, destacamos que nenhum dos alunos pertence a esta categoria.

Em se tratando da categoria de respostas corretas, constatamos que seis alunos, o que corresponde a 26,08%, responderam a partir da representação de figura, conforme Figura 2.

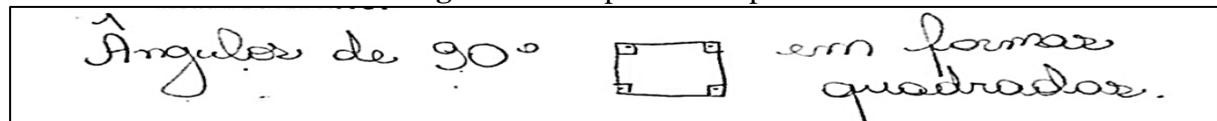
**Figura 2** – Resposta dada pelo aluno B



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2674).

Observamos que apenas um aluno, ou seja, 4,34%, além de representar um ângulo reto a partir de uma figura, ainda o definiu como sendo um ângulo de  $90^\circ$ , como mostra a Figura 3.

**Figura 3** – Resposta dada pelo aluno C



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2675).

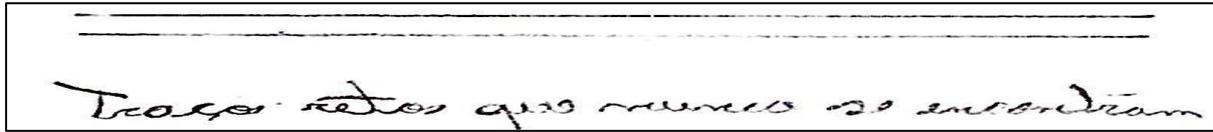
Sobre as representações feitas pelos alunos B e C, ainda continuamos nos questionando porque esses alunos fizeram apenas um quadrado para representar um ângulo reto ou de  $90^\circ$ , sendo que os ângulos do retângulo também são os mesmos. Será pelo esquecimento das propriedades dos quadriláteros notáveis no momento de realizar a atividade? Ou, porque realmente não tinham clareza sobre elas e as semelhanças existentes?

Esse fato, talvez, justifique-se por aquilo que Pavanello (1993) aponta como o abandono de estudos voltados à Geometria no espaço escolar, fazendo com que os alunos não interiorizem os conceitos geométricos.

Quanto à questão 3: *O que você entende por lados paralelos? Explique:* no pré-teste aplicado, 22 dos alunos, correspondente a 96%, não responderam ou responderam de forma

incorreta e apenas um aluno respondeu corretamente, conforme apresentamos no excerto a seguir:

**Figura 4** – Resposta correta dada pelo aluno D



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2675).

A resposta e representação feita pelo aluno D demonstra que ele utilizou uma concepção dada por Euclides, criador da Geometria euclidiana plana, que menciona, em seu quinto postulado das paralelas, que por um ponto fora de uma reta só passa uma reta paralela a esta, ou seja, duas retas são paralelas se elas nunca se encontram.

Na questão 4: *O que você entende por lados opostos? Explique:* Evidenciamos que 18 alunos pertencem à primeira categoria, o que equivale a 78,26% do total, os quais apresentaram respostas como:

**Aluno F:** *Os lados opostos são tipo um triângulo, por que os lados não são planos.*

**Aluno G:** *Dois lados iguais.*

Considerando que um aluno do 8º ano deveria ter a compreensão do significado de lados opostos, ficam, então, alguns questionamentos: Como foi a abordagem dada sobre o conceito de lados opostos pelo professor? Quais motivos levaram os alunos à não interiorização de tal conceito?

Sobre isso importa dizer que os professores precisam ser mediadores e facilitadores do processo de construção e elaboração do conhecimento do aluno, por isso é fundamental, conforme destaca Nacarato (2005), que os professores façam escolhas adequadas de recursos que promovam a interiorização e aprendizagem dos alunos.

Na segunda categoria, 04 alunos, isto é, 17,39% demonstraram ter a percepção de que lados opostos são contrários, mas não formalizaram a escrita desse conceito, fazendo apenas uma representação, conforme Figura 5.

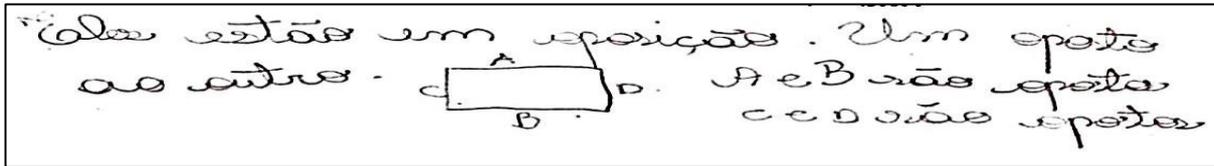
**Figura 5** – Resposta dada pelo aluno H



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2676).

Na Figura 6 apresentada abaixo, trazemos o excerto do único aluno, o aluno C, que apresentou uma resposta mais coerente sobre lados opostos e inclusive fez a representação para demonstrá-los.

**Figura 6** – Resposta dada pelo aluno C



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2676).

Apresentamos a seguir as respostas dos alunos às questões 5, 6 e 7, conforme apresentado no Quadro 1 a seguir:

**Quadro 1** – Respostas das questões 5, 6 e 7

Elencaram propriedades comuns	Elencaram apenas a diferença	Comuns e algumas diferenças	Erraram ou não responderam
<b>5. O que diferencia o quadrado do retângulo? E o que eles têm em comum?</b>			
3 alunos = 13,04% do total	6 alunos = 26,08%	4 alunos = 17,39%	10 alunos = 43,49%
<b>6. Identifique os elementos comuns entre o quadrado e o losango. E o que os diferencia?</b>			
4 alunos = 17,39%	1 aluno = 4,34%	2 alunos = 8,70%	16 alunos = 69,57%
<b>7. O que tem em comum entre o retângulo e o paralelogramo? Observe quanto aos lados e ângulos. E o que os diferencia?</b>			
Nenhum aluno	Nenhum aluno	3 alunos = 13,04%	20 alunos = 86,96%

**Fonte:** Construção própria das autoras (GALVÃO; CEVALLOS, 2015, p. 2676).

A partir das análises, observamos, no tocante às propriedades em comum do quadrado e do retângulo, que a maioria dos alunos apontaram o fato de ambos possuírem a mesma quantidade de lados. Em se tratando das diferenças, a maior parte dos alunos que responderam observaram que o quadrado possui todos os lados iguais e que o retângulo tem lados diferentes, como vemos a partir da resposta dada pelo aluno G.

**Aluno G:** *A diferença é que o retângulo é longo e comprido essa é a diferença. O quadrado e o retângulo têm o mesmo número de lados e forma reta isso faz eles parecidos.*

Alguns alunos, ao mencionarem as propriedades que são comuns e incomuns entre o quadrado e o losango, apresentaram, como propriedade comum, mais uma vez, o fato de ambos terem a mesma quantidade de lados; e, como diferença, o quadrado possuir ângulo reto enquanto o losango não.

**Aluno B:** *Ambos tem 4 lados iguais.*

**Aluno F:** *É que o quadrado tem o ângulo reto e o losango não.*

Observamos que os alunos demonstraram muitas dificuldades em relação às propriedades comuns e diferenças entre o retângulo e o paralelogramo. Destacamos que os três alunos que disseram as igualdades e as diferenças, utilizaram a linguagem não formal da Matemática para expressar o seu entendimento, ou seja, apontaram que ambos os quadriláteros possuem lados opostos congruentes e elencaram como diferença o fato de que o retângulo possui ângulos retos enquanto o paralelogramo não. Isso se exibe no excerto a seguir:

*Aluno C: Possui dois lados iguais e dois lados diferentes. Porém, o retângulo apresenta 4 ângulos de  $90^\circ$  e o paralelogramo possui ângulos de  $120^\circ$ .*

Percebemos, diante da análise das três questões mencionadas no Quadro 1, que foram poucos os alunos que demonstraram atingir o nível 1 de Van Hiele, ou seja, a maioria dos estudantes não foram capazes de perceber as propriedades comuns e diferentes entre os quadriláteros notáveis.

Segundo Bittar e Freitas (2005), o tipo de ensino que, muitas vezes, é ofertado pelos professores faz com que os alunos tenham dificuldades em raciocinar geometricamente, justificando, assim, o fato de a maioria dos alunos não conseguirem atingir o nível 1. Isso evidencia a importância de os professores utilizarem, em suas aulas de Matemática, materiais manipuláveis que proporcionem aos alunos meios para fazerem suas próprias descobertas, análises e deduções a partir do movimento de figuras geométricas.

Ao analisarmos as questões 8 e 9, criamos duas categorias: a primeira, dos alunos que não responderam ou responderam de forma incorreta; e a segunda; dos que responderam algumas propriedades necessárias, mas, ainda não suficientes para definir o que é um quadrado ou um paralelogramo.

Na questão 8: *Quando um quadrilátero é considerado um quadrado? Ou seja, o que o identifica como tal. Explique;* constatamos que, no pré-teste, 15 alunos, ou seja, 65% compõem a primeira categoria e oito estudantes conseguiram atingir a segunda categoria, o equivalente a 35%.

Assim, os alunos G e I pertencem à primeira categoria, em razão de terem apresentado as seguintes respostas:

**Aluno G:** *São todos os quadrados.*

**Aluno I:** *Os lados e os ângulos.*

Em relação aos alunos que pertencem à segunda categoria, consideramos que foram capazes de elencar algumas das propriedades do quadrado como, por exemplo, o fato de ter todos os lados iguais, ter quatro ângulos, quatro lados; porém, apesar de estas propriedades pertencerem aos quadrados, destacamos que não são suficientes para defini-los, tendo em vista que este conjunto de propriedades apontadas pelos alunos também pertence a outros tipos de quadriláteros como, por exemplo, o losango. Além disso, no que tange ao quadrado, os alunos deveriam ter elencado ainda o fato de que os lados opostos desse quadrilátero são paralelos e os ângulos são todos retos.

Na questão 9: *Descreva um paralelogramo considerando os lados e ângulos*; 20 alunos pertencem à primeira categoria, 87% do total. Como exemplo de uma resposta incorreta, temos o aluno J, quando disse que:

**Aluno J:** *Um paralelogramo tem 12 arestas, 7 vértices e 6 faces.*

Evidenciamos que apenas três alunos, isto é, 13% pertencem à segunda categoria e, assim como já mencionamos na questão 5, não foram capazes de elencar todas as propriedades necessárias para definir um paralelogramo, limitaram-se a dizer que este quadrilátero possui quatro ângulos e quatro lados. Consideramos que o aluno D foi o único que apresentou outras propriedades, apontando, mesmo que de forma informal, que o paralelogramo tem ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes:

**Aluno D:** *4 lados, 2 iguais e 2 diferentes – 2 ângulos iguais e 2 diferentes.*

Diante da análise realizada e considerando as questões 2, 3 e 4 que serviriam como pré-requisito para que os alunos conseguissem responder às questões 8 e 9, percebemos que eles se encontravam na primeira e segunda categorias destas atividades, ou seja, responderam incorretamente ou utilizaram linguagem não formal, não sendo capazes de elencar, nas questões 8 e 9, as propriedades de alguns dos quadriláteros notáveis. Isso demonstra que não estão aptos para atingir o nível 2 de Van Hiele.

No que tange aos alunos que se enquadraram na terceira categoria, quando da resolução das questões 2, 3 e 4, evidenciamos que foram capazes de apresentar, nas questões 8 e 9, algumas propriedades necessárias dos quadriláteros notáveis, porém, é importante frisar que

não foram suficientes para defini-los. Sendo assim, inferimos que esses estudantes estão em um nível intermediário, ou seja, entre o básico e o nível 1 de análise da Teoria de Van Hiele.

### *Análise do pós-teste realizado com nove alunos*

Após a realização da oficina em que foram propostas atividades utilizando, como recurso didático, o Geoplano e que envolviam os quadriláteros notáveis e suas propriedades, aplicamos o pós-teste com nove alunos, como já mencionado neste artigo.

Percebemos que, na primeira questão em que foi solicitado para que escrevessem o nome de cada um dos cinco quadriláteros notáveis, os nove alunos, ou seja, 100% dos estudantes, atingiram o nível básico de reconhecimento proposto na Teoria de Van Hiele, conseguindo inclusive identificar e dar nomenclatura correta para todos os quadriláteros.

Constatamos também que todos os alunos, na questão 2, conseguiram definir um ângulo reto. Na questão 3, seis alunos, o que corresponde a 67%, foram capazes de explicar o que são lados paralelos. E no que se refere à questão 4, três alunos, isto é, 33%, conseguiram mencionar o que são lados opostos. Em virtude desta melhora na percepção dos alunos quanto ao que são ângulos retos, lados opostos e paralelos, consideramos que de alguma forma os alunos foram capazes de elencar propriedades dos quadriláteros notáveis.

Esse fato deixa evidente a importância da oficina realizada com os alunos, utilizando o recurso didático do Geoplano, tendo em vista que, conforme Sousa e Oliveira (2010), o uso desses materiais é uma excelente proposta pedagógica para despertar o interesse dos alunos e proporcionar a eles maior compreensão e apropriação de conceitos matemáticos.

No tocante às questões 5, 6 e 7, que conferem habilidades para o nível 1 de Van Hiele, os nove alunos conseguiram elencar as igualdades e diferenças entre quadrado e retângulo.

No que tange às propriedades comuns e diferenças do quadrado e do losango, 56% dos alunos não tiveram dificuldades para identificar as propriedades comuns; no entanto, em relação às diferenças e igualdades, constatamos que apenas 22% conseguiram apontá-las e 22% não conseguiram identificar nenhuma das propriedades.

Relativo às propriedades comuns e incomuns do retângulo e do paralelogramo, mais uma vez ficou evidente a facilidade e apropriação dos alunos em apontarem as propriedades comuns, pois 77,78% dos alunos conseguiram identificá-las. Todavia, apenas 11,11%

apontaram as diferenças e igualdades entre o retângulo e o paralelogramo e 11,11% não conseguiram, de nenhuma maneira, identificá-las.

Consideramos importante ressaltar que, em se tratando das propriedades comuns entre os quadriláteros, os alunos apontaram as mais simples como, por exemplo: todos têm quatro lados, quatro ângulos, embora com algumas exceções conseguiram ir além e apresentar, a título de ilustração, que o retângulo e o paralelogramo possuem lados opostos congruentes e que o quadrado e o retângulo possuem lados opostos paralelos. Assim, diante da análise, inferimos que, ainda que com alguma dificuldade, ficou evidente o desenvolvimento e aprendizagem dos alunos quanto ao nível 1 que, por conseguinte, facilita a compreensão do nível 2 de Van Hiele, uma vez que, com a utilização dos materiais manipulativos, os estudantes conseguiram relacionar com maior facilidade as propriedades dos quadriláteros notáveis.

Assim, conforme Nacarato (2005), o desenvolvimento dos processos de visualização e compreensão de conceitos dependem da exploração de materiais que possibilitem essa construção do conhecimento pelos alunos.

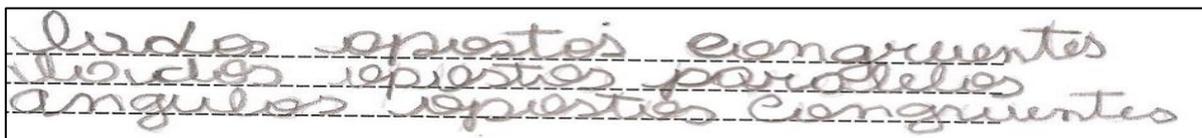
Relativo à dificuldade que os alunos apresentaram ao descreverem as propriedades que diferenciam os quadriláteros, destacamos a fala do *aluno L* aos colegas durante o pós-teste:

**Aluno L:** *Igualdade é fácil mais difícil é diferença, porque na igualdade todos tem a mesma coisa que são ângulos e lados.*

Nas questões 8 e 9, em que os alunos deveriam elencar propriedades do quadrado e do paralelogramo, observamos que todos alcançaram o nível 2 de síntese de Van Hiele, mesmo que parcialmente, uma vez que ainda não conseguiram elencar todas as condições suficientes para definir alguns dos quadriláteros notáveis.

Percebemos essa questão da parcialidade no que diz respeito ao nível 2, ao elencarem as propriedades do paralelogramo, conforme apresentado na Figura 7 a seguir:

**Figura 7** – Resposta dada pelo aluno E e K



**Fonte:** Dados da pesquisa (GALVÃO; CEVALLOS, p. 2679-2680).

Depreendemos, a partir da resposta dada pelos alunos E e K à questão 9 do pós-teste, que apenas faltou incluírem que o paralelogramo possui também quatro lados e quatro ângulos, para compor, dessa forma, todas as propriedades que caracterizam esse quadrilátero.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao propormos momentos oportunos e significativos de aprendizagem aos alunos, com ênfase na Geometria, buscamos envolvê-los ao máximo nesse processo de construção de conhecimentos. Assim, deixamos evidente, neste espaço de considerações, as aprendizagens não só dos alunos, mas também as obtidas por nós enquanto pesquisadoras, uma vez que tivemos a oportunidade e prazer, durante a pesquisa, de desenvolver atividades que promoveram aprendizagem com e junto aos participantes.

Com os dados apresentados no pré-teste, evidenciamos o que muitas pesquisas apontam sobre o abandono dos estudos voltados à Geometria no espaço escolar, tendo em vista que a maioria dos alunos apresentou dificuldades na compreensão e identificação das propriedades dos quadriláteros notáveis.

Já os dados do pós-teste mostraram que a utilização do Geoplano como recurso metodológico para o ensino de Geometria, tomando por base os níveis propostos por Van Hiele, favoreceu aos alunos progressão de aprendizagem em termos de apropriação dos conceitos sobre as propriedades dos quadriláteros notáveis. Ou seja, a partir dos resultados constatamos o avanço dos estudantes ao se envolverem e desenvolverem atividades que adotam uma sequência de níveis proposta pela Teoria de Van Hiele, aliadas aos recursos didáticos para o ensino de Geometria.

Frente ao que foi apresentado neste artigo, em se tratando da Teoria de Van Hiele, consideramos que os alunos desenvolveram atividades e, aos poucos, foram interiorizando os conceitos estudados sobre os quadriláteros notáveis, prosseguindo de um nível para outro, como proposto na teoria, tendo em vista que só há, de fato, a aprendizagem e raciocínio significativos, quando o aluno passa pelos níveis anteriores.

Assim, a utilização do Geoplano concomitante à aplicação da Teoria de Van Hiele revelou-se de suma importância no processo de ensino da Geometria, uma vez que os alunos, ao manipularem e construírem os quadriláteros, envolveram-se de maneira significativa, resultando em maior interação e aprendizagem.

Portanto, diante do exposto, consideramos que o uso de materiais manipuláveis configura-se em uma tendência eficaz da Educação Matemática para o ensino e aprendizagem, em especial no que diz respeito ao ensino de Geometria, visto que os alunos têm a oportunidade de compreender, de forma significativa, prazerosa e investigativa, os conceitos geométricos.

## REFERÊNCIAS

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. de. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do Ensino Fundamental**. 2. ed. Campo Grande: Editora UFMS, 2005.

FAINGUELERNT, E. K. O ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. **Educação Matemática em Revista**, v. 3, n. 4, p. 45-53, 1995. Disponível em: <http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr/article/view/1316/726>. Acesso em: 25 jul. 2019.

GALVÃO, F. N. dos S.; CEVALLOS, I.. Teoria de Van Hiele e o geoplano: um estudo dos quadriláteros notáveis desenvolvidos com alunos do 8º ano do ensino fundamental. In: **Anais do Seminário Educação 2015: Educação e seus Sentidos no Mundo Digital**. Anais...Cuiabá(MT) UFMT, 2015. Disponível em: <https://sistemas.ufmt.br/semiedu2015/site/index.html>. Acesso em: 24 jul. 2019.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. **A pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: EPU, 2015.

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. In: LORENZATO, S. (orgs). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: Edufscar, 2003.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro com o concreto. **Revista de Educação Matemática** – v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6253402/mod\\_resource/content/1/Nacarato\\_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6253402/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf). Acesso em: 25 jul. 2019.

NASSER,L; SANT'ANNA, N. **Geometria segundo a Teoria de Van Hiele**. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997-1998.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724>. Acesso em: 25 jul. 2019.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. In: **Anais da 23ª Reunião da Anped**. Anais...Caxambu(MG), 2015. Disponível em: [http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_23/analise\\_significado.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf). Acesso em: 25 jul. 2019.

SOUSA, G. C.; OLIVEIRA, J. S. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino da matemática. In: **Anais X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Anais... Salvador (BA), 2010.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a Geometria no ensino médio**: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele. 2010. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Ouro Preto - MG, 2010. Disponível em: [https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3252/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O\\_ReinventandoGeometriaEnsino.pdf](https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3252/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O_ReinventandoGeometriaEnsino.pdf). Acesso em: 25 jul. 2019.

### Histórico

Submetido: 05 de setembro de 2019.

Aprovado: 27 de outubro de 2019.

Publicado: 10 de novembro de 2019.

### Como citar o artigo - ABNT

GALVÃO, F. N. S.; CEVALLOS, I. Geoplano e os Quadriláteros Notáveis: um estudo a partir da Teoria de Van Hiele. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), v. 2, n. 2, e2019005, 2019. <https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2019005>

### Licença de Uso

Licenciado sob Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Porém, não permite adaptar, remixar, transformar ou construir sobre o material, tampouco pode usar o manuscrito para fins comerciais. Sempre que usar informações do manuscrito deve ser atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.

