

Ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos de probabilidade através da Resolução de Problemas

Adriéli Aparecida Rodrigues¹
Universidade Federal de Mato Grosso

Elizabeth Quirino de Azevedo²
Universidade Federal de Mato Grosso

RESUMO

Neste artigo apresentamos como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas contribuiu no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, com a utilização de uma Sequência de Problemas direcionada à temática de Probabilidade, com o embasamento teórico pautado nas pesquisas elaboradas e defendidas pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), que adota a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, seguindo as dez etapas para a organização do trabalho em sala de aula, conforme apresentadas por Allevato e Onuchic (2021). Seleccionamos quatro problemas, que denominamos problemas geradores, pois atuaram como ponto de partida para a construção de novos conceitos e conteúdos matemáticos. A coleta de dados para análise foi obtida por meio da observação dos alunos em sala de aula e resoluções escritas dos problemas propostos, desenvolvidos em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Sinop/MT.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem-Avaliação; Probabilidade; Resolução de Problemas.

Teaching and learning mathematical concepts of probability through Problem Solving

ABSTRACT

In this article we present how the Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving contributes to the teaching and learning process of mathematical concepts, with the use of a Problem Sequence directed to the theme of Probability, with the theoretical basis based on the research carried out and defended by Working Group and Studies on Problem Solving (GTERP), which adopts Problem Solving as a teaching-learning-evaluation methodology, following the ten steps for organizing work in the classroom, as presented by Allevato and Onuchic (2021). We selected four problems, which we called generating problems, as they acted as a starting point for the construction of new concepts and mathematical content. Data collection for analysis was obtained through observation of students in the classroom and written resolutions of proposed problems, developed in a 2nd year high school class at a state school in the city of Sinop/MT.

¹ Mestre em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professora da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Alexandre Ferronato, 1200, Residencial Cidade Jardim, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78550-728. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4979-1643>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1187223924158922>. E-mail: adrielirodrigues@gmail.com.

² Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Professora da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Av. Alexandre Ferronato, 1200, Residencial Cidade Jardim, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78550-728. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0416-7732>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4804734155117578>. E-mail: eqazevedo@gmail.com.

Keywords: Teaching-Learning-Assessment; Probability; Problem Solving.

Enseñar y aprender conceptos matemáticos de probabilidad a través de la Resolución de Problemas

RESUMEN

En este artículo presentamos cómo la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación a través de la Resolución de Problemas contribuye al proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, con el uso de una Secuencia de Problemas dirigida al tema de Probabilidad, con la base teórica basada en la investigación realizada. Destacado y defendido por el Grupo de Trabajo y Estudios sobre Resolución de Problemas (GTERP), que adopta la Resolución de Problemas como metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación, siguiendo los diez pasos para la organización del trabajo en el aula, presentados por Allevato y Onuchic (2021). Seleccionamos cuatro problemas, a los que llamamos problemas generadores, ya que actuaron como punto de partida para la construcción de nuevos conceptos y contenidos matemáticos. La recolección de datos para el análisis se obtuvo a través de la observación de los estudiantes en el aula y la resolución escrita de problemas propuestos, desarrollados en una clase de 2º año de secundaria en una escuela pública de la ciudad de Sinop/MT.

Palabras clave: Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación; Probabilidad; Resolución de Problemas.

INTRODUÇÃO

No presente artigo, apresentamos os resultados de uma pesquisa científica elaborada e aplicada em sala de aula através de um Guia de Apoio Pedagógico (GAP), intitulado: “Uma proposta de ensino e aprendizagem de Probabilidade através da Resolução de Problemas”, com o objetivo geral de investigar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas contribui no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, uma experiência em uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio, com a aplicação de 4 problemas geradores de conhecimento referente ao tema Probabilidade, que visa disponibilizar contribuições para a prática profissional do professor, direcionada à Educação Básica.

Para atender o objetivo geral explicitado acima, buscou-se atingir os seguintes objetivos específicos: a) elaborar e aplicar uma sequência de situações problemas, visando a troca de conhecimentos, criação de estratégias de resolução e socialização das dúvidas; b) identificar no contexto da prática educacional estratégias utilizadas pelos alunos no processo de resolução de problemas, de organização, de socialização e de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático; c) verificar o desenvolvimento dos alunos na Resolução de Problemas em um trabalho colaborativo; d) proporcionar discussões conceituais sobre os fundamentos e conceitos de Probabilidade, contextualizando a sua aplicação.

Em relação ao referencial teórico relacionado à Metodologia de Ensino, a pesquisa baseou-se nos passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2021).

A pesquisa se deu em uma escola pública de Mato Grosso, no município de Sinop, local de trabalho da professora/pesquisadora no atual momento da pesquisa. A escola está localizada no Setor Residencial Sul de Sinop, no Centro da cidade, atendendo alunos provenientes da área urbana e rural da cidade, através do transporte escolar. A temática escolhida, Probabilidade, é um tema de interesse particular da pesquisadora.

METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia de pesquisa adotada nessa pesquisa é de natureza qualitativa, pautada nas referências de Borba, Almeida e Gracias (2019) e Lüdke e André (2013).

Lüdke e André (2013, p. 12) enfatizam que: “a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra através do trabalho intensivo de campo”. Esses caminhos sendo bem percorridos, ajudam na sistematização da pesquisa.

Nessa visão, a pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, enfatizando mais o processo do que o produto e se preocupando em retratar a perspectiva dos participantes. O interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas dos envolvidos na pesquisa.

Nessa perspectiva, concordando com Borba; Almeida e Gracias (2019):

Como educadores matemáticos, acreditamos em pesquisas que priorizem a compreensão da dinâmica das salas de aula, a investigação de atividades que auxiliem no ensino e na aprendizagem de Matemática, o estudo histórico da evolução dos materiais didáticos para que possamos pensar em possibilidades de atualização e aprimoramento, as possibilidades das Tendências em Educação Matemática, entre outros. Essas questões estão ligadas a uma abordagem qualitativa de pesquisa. (Borba; Almeida e Gracias, 2019, p. 77-78).

O pesquisador orienta-se a partir de um problema emergido no seu meio educacional, em busca de sanar inquietações, buscar compreender a situação levantada e agregar novos conhecimentos referente ao tema abordado.

Procuramos estimular o pensamento crítico dos alunos, dando aos mesmos a oportunidade de argumentar, organizar e expor suas ideias e pensamentos matemáticos. Sendo assim, buscamos na Resolução de Problemas uma metodologia para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Probabilidade. Essa abordagem metodológica nos deu o

respaldo necessário para a coleta e análise dos dados durante a realização da pesquisa em sala de aula.

Com relação a coleta de dados, em nossa investigação adotamos a observação, os registros no diário de campo da pesquisadora e as resoluções dos problemas propostos registradas pelos alunos, em seus cadernos. Através dessa abordagem, o pesquisador tem a oportunidade de estar em contato direto com o sujeito da pesquisa, por meio de diálogo e trocando ideias referentes ao tema abordado na pesquisa.

UMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O tema Resolução de Problemas (RP) é uma abordagem metodológica que tem sido discutida por pesquisadores e professores na área da Educação Matemática, visando a um ensino e aprendizagem com compreensão e significado.

De acordo com Onuchic (1999), a Resolução de Problemas enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática, sob a influência de George Polya, nos Estados Unidos.

George Polya nasceu na Hungria, mas sua pesquisa sobre Resolução de Problemas (RP) ganhou força nos Estados Unidos quando assumiu uma vaga como professor titular na Universidade de Stanford. Atuando como professor em Stanford (USA), Polya passou a ser reconhecido como a maior autoridade em RP naquele país e em todo o mundo, lançando no ano de 1945, o livro “How to Solve It” - “*A arte de resolver problemas*” e, dando palestras, cursos e publicando artigos sobre o tema (Morais e Onuchic, 2021, p. 24). Nesse livro, Polya (edição 1995) apresenta uma sequência de quatro fases para serem executadas durante a resolução de um problema, sendo elas:

1ª fase: Compreender o problema – Compreender e perceber claramente do que se trata o problema, fazendo questionamentos. Por exemplo: Qual é a incógnita? Quais são os dados? É o momento de organizar a ideia central do problema e, se preciso, construir esquemas que ajudará na organização.

2ª fase: Estabelecer um plano – Estabelecer a conexão entre os dados e a incógnita. Analisar como os itens se inter-relacionam e como a incógnita está ligada aos dados, para ter uma ideia de resolução e estabelecer um plano. É possível que haja a necessidade de considerar problemas auxiliares já vistos anteriormente e que sejam correlatos ao problema a ser resolvido.

3ª fase: Executar o plano – É o momento de executar o plano de resolução, verificando cada passo a ser percorrido, colocando em prática a ideia para se chegar à resolução. Nessa fase é preciso conhecimentos anteriores, análise e concentração no objetivo.

4ª fase: Examinar a solução obtida – Momento destinado para fazer um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. Alguns questionamentos são levantados: É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum problema diferente. Este é o momento de análise e discussão das soluções obtidas.

A partir de 1970, pesquisadores em diferentes lugares do mundo passaram a destinar suas pesquisas a investigar a RP e, em maio de 1975, na Universidade da Geórgia, ocorreu o primeiro “Seminário de Pesquisa sobre Resolução de Problemas em Educação Matemática” reunindo pessoas que já estavam profundamente envolvidas com a pesquisa em RP havia mais de cinco anos. (Morais e Onuchic, 2021)

Segundo Onuchic (1999), o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publica em 1980 um documento intitulado *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, com a indicação de que “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80” e destaca que “o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos”. Esse trabalho realizado pelo NCTM, tem a finalidade de auxiliar os professores e destacar aspectos considerados essenciais para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Ainda segundo Onuchic e Allevato (2011), esse esforço culminou com a publicação dos Standards 2000, oficialmente chamados *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), no qual são enunciados cinco Padrões de Procedimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões e Representação. Foi a partir dos Standards 2000 que os educadores matemáticos passaram a pensar numa Metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

No Brasil, de acordo com Onuchic (2012), apoiados nas ideias dos Standards do NCTM, na década de 90, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Especificamente no que se refere à matemática, os PCNs (BRASIL, 1997) indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula.

Nossos estudos sobre Resolução de Problemas iniciaram-se por volta de 1989. Desde então, vários trabalhos (artigos, dissertações e teses) foram produzidos nessa linha. O primeiro registro a respeito desses estudos sobre Resolução de Problemas, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro/SP, consta do livro *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas* (BICUDO, 1999), em um artigo intitulado *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* (ONUChIC, 1999). Nesse artigo, fizemos referência ao tratamento de problemas matemáticos, ao longo da História da Matemática. (Onuchic e Allevato, 2011, p. 74)

De acordo com as autoras, após a consolidação do GTERP, novos conhecimentos foram construídos sobre a temática, avançando nas pesquisas sobre a Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas e os estudos no GTERP

O GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, desenvolve suas atividades na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp-Rio Claro, com encontros semanais desde 1992. Na 2ª edição do livro “Resolução de Problemas: Teoria e Prática” (2021), uma das publicações do grupo GTERP, as organizadoras se referem a esse grupo como o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas associada à Formação de Professores e/ou ao Ensino e Aprendizagem. É constituído por alunos e ex-alunos do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM – UNESP – Rio Claro/SP) que desenvolvem pesquisa nessa linha, contando com a participação de alunos regulares do programa que têm interesse em aprofundar seus conhecimentos, alunos especiais em busca de amadurecimento de seus futuros projetos de pesquisa e professores, em geral, que visam aprimorar sua prática docente.

Seguindo com Onuchic e Allevato (2011), as autoras relatam que o século XX foi de muitas reformas no ensino de Matemática. A partir daí houve o entendimento em que o ensino e aprendizagem deveriam ocorrer simultaneamente. Seguindo essa mesma linha, o grupo de trabalho e estudos GTERP passou a utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem. A partir da compreensão da necessidade de adotar os princípios da avaliação contínua e formativa, o termo avaliação passou a ser incorporada no processo de ensino e aprendizagem, interligada ao desenvolvimento do aluno e não apenas ao julgamento dos resultados obtidos, visto que no ensino-aprendizagem a avaliação é um componente extremamente importante.

Nessa perspectiva, o GTERP, de acordo com Onuchic (2011), envolvidos com o tema Resolução de Problemas, e assumindo a concepção de trabalhar Matemática através da

Resolução de Problemas, passou a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, considerada como uma metodologia, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Com relação a Resolução de Problemas, adotamos a concepção de Onuchic (1999), que considera problema, “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”.

Ao analisar esses três elementos, ensino-aprendizagem-avaliação, concordamos com Onuchic e Allevato (2011), ao expressarem que eles devem ocorrer simultaneamente, pois enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e a avaliação se realize por ambos. Nesse processo, o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho desenvolvida por parte do aluno é considerada consequência de seu pensar matemático, levando-o a levantar hipóteses, elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. Esse processo de trabalho passa a ser considerado como uma metodologia, pós Polya de ver a Resolução de Problemas.

Um dos aspectos marcantes da filosofia de trabalho do grupo GTERP é buscar desenvolver estudos que atinjam a sala de aula; ou seja, que estejam relacionados com questões de ensino-aprendizagem-avaliação. Sob a perspectiva do trabalho, tanto do aluno quanto do professor, o GTERP em suas produções, busca abranger conteúdos em todos os níveis de ensino.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMARP), com o embasamento teórico pautado nas ideias defendidas pelo GTERP, que adota a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação propõe situar o aluno como protagonista de seu processo de construção do conhecimento e o professor como guia e mediador, aquele que propicia ambientes de descoberta. E, além disso, propicia ao professor criar situações em que o aluno se coloca a pensar, de forma a se envolver no trabalho colaborativo e cooperativo.

De acordo com Allevalo e Onuchic (2021, p. 40), “a expressão ‘através de’ – significa ‘ao longo de’, ‘no decurso de’ – enfatiza o fato de que ambas, Matemática e Resolução de Problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente”. Ainda, de acordo com Nunes (2010), a abordagem ensinar através da Resolução de Problemas foi precedido pelo ensinar matemática via Resolução de Problemas:

A expressão “através de” significa do começo ao fim, inteiramente, ao longo da resolução do problema e não simplesmente um recurso para se resolver o problema dado como pedia a expressão “via” que significa “por meio de”. Portanto, a expressão “através de” é uma forma de ensinar e, conseqüentemente, aprender e, durante o processo, fazer matemática, pois o aluno diante do problema deve se mostrar como um co-construtor do seu próprio conhecimento. Nessa abordagem o objetivo primeiro é apresentar para os alunos problemas que gerarão novos conceitos ou conteúdos. (Nunes, 2010, p. 84-85)

Nessa perspectiva, essa metodologia de ensino oferece a oportunidade de mapear, conhecer e delinear as dificuldades dos alunos, de forma a avaliar as habilidades e limitações relacionadas ao conhecimento matemático e favorecer o desenvolvendo da criatividade, autonomia e habilidades do pensamento crítico.

Sobre a expressão Ensino-Aprendizagem-Avaliação, Allevalo e Onuchic (2021) esclarecem que a palavra composta “tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador”. (Allevalo e Onuchic, 2021, p. 47).

Ainda segundo as autoras, nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. Nessa perspectiva, para que uma atividade se constitua, de fato, como um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos ou regras específicas para que obtenham a solução do problema apresentado, de forma a não se caracterizar como fixação de exercícios.

As atividades com Resolução de Problemas em sala de aula podem ser organizadas em dez etapas, conforme apresentadas abaixo por Onuchic e Allevalo (2021).

1) Proposição do problema – Nessa etapa é selecionado um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema inicial é chamado Problema Gerador. Reitere-se que, nesta metodologia, os problemas geradores são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático.

2) Leitura individual – É entregue uma cópia do problema para cada aluno e solicitado que seja feita sua leitura. A ação, nessa etapa, é do aluno, pois ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto.

3) Leitura em conjunto – É Formado os grupos de alunos e solicitado uma nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo e levando-os a interpretar o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) Resolução do problema – De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, tentam resolver o problema gerador, que os conduzirá à construção de conhecimentos sobre o conteúdo planejado pelo professor para a aula. Os alunos utilizam a linguagem matemática ou dos recursos que dispõem, como tabelas, esquemas, desenhos.

5) Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos e levando-os a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados; e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca, como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem, pois é o momento em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemáticas e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo.

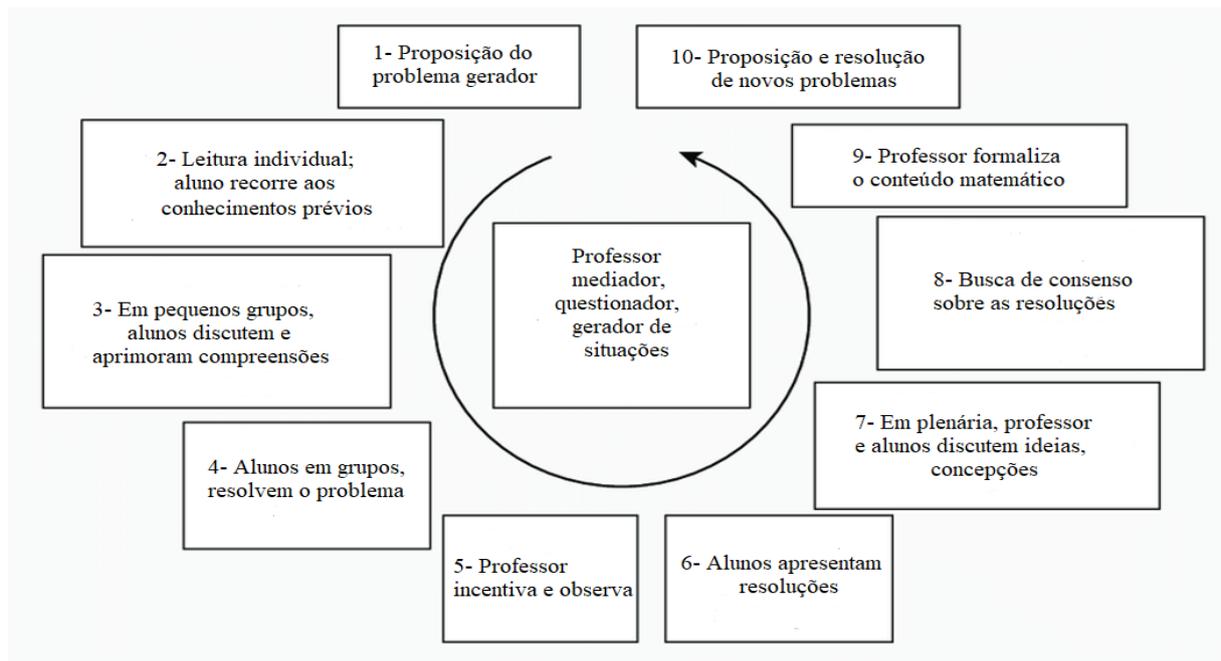
8) Busca do consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

10) Proposição e resolução de novos problemas – E objetivando realizar avaliação contínua, após a etapa de formalização, novos problemas relacionados ao problema gerador são propostos aos alunos. A resolução e análise desses problemas, possibilitam ao professor analisar se os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido na aula foram compreendidos e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca do conteúdo, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas. (Allevato e Onuchic, 2021, p. 48 - 50)

O esquema a seguir, sintetiza as ideias e sugestões das 10 etapas para o desenvolvimento da Metodologia, apresentado pelas autoras (Allevato; Onuchic, 2021, p. 51).

Figura 1 - Esquema da Metodologia



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51)

Implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho educacional. O professor prepara as suas aulas, escolhendo e adaptando os problemas geradores, de forma que esses problemas sejam apropriados ao conteúdo ou ao conceito que se pretende construir e aprofundar. Através dessa Metodologia, os alunos devem estar aptos a fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos, como também, com problemas relativos a outras áreas do conhecimento e outras disciplinas escolares.

Probabilidade e Resolução de Problemas

A palavra probabilidade deriva do Latim *probare*, que significa provar ou testar. É a área da Matemática que estuda a chance de um determinado evento acontecer. Segundo Viali (2008, p. 143), “A probabilidade é o ramo da matemática que pretende modelar fenômenos não determinísticos, isto é, aqueles fenômenos em que o ‘acaso’ representa um papel preponderante”. A autora utiliza o termo “acaso” como um conjunto de forças, em geral, não

determinadas ou controladas, que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno.

O estudo da probabilidade é de grande importância para a tomada de decisões em nossa sociedade. Ela é utilizada em áreas como matemática, estatística, física, economia, ciências sociais, entre outras.

O conceito de probabilidade está ligado ao nosso cotidiano. Sempre exercitamos possibilidades como “será que chove hoje?” ou “acho que provavelmente o ônibus irá atrasar”. Nesses tipos de expressões estão presentes a ideia de que há algo que pode ou não acontecer, um determinado evento. Isso é exercitar a probabilidade. Nesses casos, por exemplo, estamos trabalhando com as possibilidades. Ainda, a probabilidade é aplicada em diversas situações, como na meteorologia, na medicina e com o auxílio da probabilidade, por exemplo, os investidores tomam decisões sobre seus ganhos e futuros investimentos.

Nas escolas, o ensino de probabilidade pode ajudar nas tomadas de decisões inerentes às situações da vida social e econômica por meio de análises, comparações, sondagens e escolhas amostrais, pois a probabilidade proporciona um modo de medir a incerteza e de mostrar aos estudantes como matematizar e como aplicar a matemática para resolver problemas reais. Essa área de estudo faz a análise de eventos aleatórios para entender quais são as chances reais de eles ocorrerem.

Partindo das premissas propostas pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular), nos anos iniciais do Ensino Fundamental é essencial que em situações envolvendo conceitos da probabilidade, as crianças tenham a oportunidade de verbalizar os resultados que poderiam ter acontecido em relação ao que aconteceu de fato, iniciando a construção dos conceitos relacionados a fatos incertos. Isso possibilita que elas reconheçam que determinadas situações exigem a quantificação ou a comparação de quantidades e a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos.

Também existem muitos serviços do nosso dia a dia que utilizam cálculo de probabilidade, podemos destacar entre eles: a previsão do tempo - essa previsão é feita a partir de um cálculo de probabilidade. No caso, se existe uma certa chance de chover ou de fazer sol/calor. Nos campeonatos esportivos, quando queremos saber quais as chances de nosso time ou de nossa equipe de ganhar um campeonato é utilizado o cálculo de probabilidade, para encontrar a resposta e, as pesquisas eleitorais também utilizam o cálculo de probabilidade,

calculando a porcentagem de chance de um candidato de ser eleito ou não. Essa pesquisa proporciona ao candidato o direcionamento de algumas ações em sua campanha.

Escolhemos trabalhar com o tema Probabilidade alinhada a metodologia de ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas, tendo em vista que, o estudo da probabilidade é de grande importância para a tomada de decisões em nossa sociedade. Ao trabalhar com esse tema e com o uso da metodologia de ensino apresentada por Allevato e Onuchic (2021), acreditamos que aos alunos é dada a oportunidade de enfrentar o acaso na vida cotidiana e melhorar as intuições, bem como aplicar a matemática para resolver problemas reais e iniciar a construção do pensamento probabilístico. Na prática, o estudo da probabilidade, de acordo com as estratégias adotadas, potencializa os fatores de sucesso.

Na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de problemas o professor é um mediador e facilitador do conhecimento, aquele que propicia situações de aprendizagem, provocando o aluno a descobrir conceitos matemáticos a partir de seus próprios questionamentos.

Fernandes (2018) ao relatar o papel do professor em sala de aula, se apoiando no ensino através da Resolução de Problemas, cita Onuchic e Allevato (2011), que nos relatam que:

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. (Onuchic e Allevato, 2011, p. 82)

Assim, um dos apontamentos feitos por Fernandes (2018) é que “o ensino através da Resolução de Problemas, exige mudanças na postura do professor e dos alunos relacionado ao trabalho em sala de aula, o que não é fácil conseguir, pois é necessário um olhar diferente do professor, ao construir situações de aprendizagem em que ele não seja o foco principal”. (Fernandes, 2018, p. 44)

A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula através da sequência didática de problemas matemáticos, visa a troca de conhecimentos entre pesquisador(a)/professor(a) e alunos e propicia aos mesmos momentos de criação de estratégias de resolução e socialização das dúvidas.

ANÁLISES E RESULTADOS

Para a aplicação da sequência de problemas e atividades complementares foram realizados dez encontros, sendo o primeiro encontro destinado para organização dos grupos de estudo e posterior aplicação de quatro problemas introdutórios ao conteúdo de probabilidade que visavam introduzir o Trabalho Colaborativo.

Os problemas geradores e problemas complementares que foram aplicados em sala de aula, foram organizados e elaborados numa estrutura de acordo com a BNCC - habilidades de Matemática e suas tecnologias e pelo Documento de Referência Curricular para Mato Grosso etapa Ensino Médio (DRC/MT – EM) para a área de matemática. Segue o cronograma dos conteúdos abordados em cada encontro:

Quadro 1 - Conteúdos trabalhados

Encontros:	Conteúdos:
1	Introdução ao tema Probabilidade.
2 e 3	Experimento aleatório, Espaço Amostral e Evento.
4 e 5	Probabilidade: calculando probabilidades.
6 e 7	Probabilidade da união de dois eventos.
8 e 9	Probabilidade condicional: eventos dependentes e independentes.
10	Encerramento.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Os quatro problemas trabalhados no primeiro encontro foram:

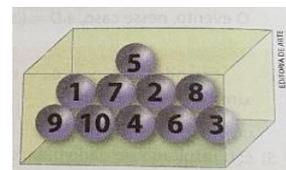
01) Uma urna contém 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10.

Retira-se uma bola ao acaso e observa-se o número indicado.

Descreva:

- Quais são as bolas com números ímpares contidas na urna?
- Quais são as bolas com números múltiplos de 2?
- É possível tirar uma bola com número maior do que 10? Por quê?

Fonte: Adaptado de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020, p. 114)



02) No lançamento de um dado comum, responda:

- O dado tem quantas faces?
- Quais são os números que estão em cada face?
- Se o número 4 está na face de cima, qual número está na face oposta a ele?

Fonte: Adaptado de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020, p. 119)

03) No lançamento de dois dados comuns, um branco e um vermelho, quais são os grupos de lançamentos em que a soma dos resultados dos dois dados é maior do que 7? Montar uma tabela para apresentar as possíveis soluções.

Fonte: Adaptado de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020. p. 117)

04) Considere os números de três algarismos distintos que podem ser formados pelos algarismos 2, 3 e 4 e responda:

- Quais são esses números?
- Quais desses números são divisíveis por 3?
- Quais desses números são múltiplos de 5?

Fonte: Adaptado de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020. p. 119)

Esse foi um encontro destinado a introduzir o trabalho colaborativo entre os grupos de alunos e apresentar a temática a ser desenvolvida nos próximos encontros. Nesse encontro, o objetivo não era gerar conceitos sobre o tema probabilidade, mas diagnosticar os conhecimentos dos alunos referentes ao tema.

Podemos relatar que o desenvolvimento dos problemas em grupo através do trabalho colaborativo foi bem aceito pelos alunos, a troca de ideias fluiu nos grupos e houve um bom rendimento das atividades propostas. Os alunos demonstraram-se empenhados e comprometidos na busca da solução dos problemas propostos, discutindo as soluções que consideravam pertinentes para os problemas com os membros de seus grupos, solicitando a presença da professora pesquisadora para analisar as respostas apresentadas e saber se estavam progredindo de forma satisfatória quanto às repostas apresentadas.

Figura 2 – Os seis grupos de alunos resolvendo as quatro situações problemas introdutórias de forma colaborativa.



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Os benefícios das atividades colaborativas entre os estudantes, de acordo com Damiani (2008), baseada nos estudos e análises dos efeitos desse tipo de atividade entre os estudantes desenvolvidas por Coll Salvador (1994) e Colaço (2004) são:

1) socialização (o que inclui aprendizagem de modalidades comunicacionais e de convivência), controle dos impulsos agressivos, adaptação às normas estabelecidas (incluindo a aprendizagem relativa ao desempenho de papéis sociais) e superação do egocentrismo (por meio da relativização progressiva do ponto de vista próprio); 2) aquisição de aptidões e habilidades (incluindo melhoras no rendimento escolar); e 3) aumento do nível de aspiração escolar. (Damiani, 2008, p. 222)

Nessa perspectiva, o Trabalho Colaborativo entre os estudantes, quando envolvem a solução de situações problemas, possibilita-lhes o engajamento em argumentações lógicas através da exposição das ideias para se trabalhar conjuntamente.

Nos encontros de 2 a 9, foram trabalhados os problemas geradores de conteúdo. De acordo com Allevato e Onuchic (2021, p. 49), “o problema gerador, é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula”.

Com os grupos organizados, deu-se início as atividades de resolução. A professora pesquisadora entregou uma cópia impressa do Problema Gerador para cada aluno e solicitou que fizessem a sua leitura individual. Em seguida, foi realizada uma nova leitura do problema, em conjunto com toda a sala e, neste momento a professora pesquisadora se prontificou a sanar eventuais dúvidas referente à leitura e interpretação do problema proposto. Logo, foi destinado um tempo para que os grupos realizassem a resolução do problema. Nesse intervalo, a professora pesquisadora caminhou pela sala, observando, incentivando e auxiliando os grupos nas dúvidas que porventura surgiam.

Finalizada a resolução do Problema Gerador por parte dos alunos, um representante de cada grupo foi convidado para ir a lousa e registrar a resolução por eles desenvolvida, para a discussão em plenária e busca do consenso sobre o resultado considerado correto. Esse momento, de acordo com Allevato e Onuchic (2021, p. 50) “é um rico momento em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemáticas e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo”. Assim, um dos benefícios de se trabalhar com os problemas geradores de conteúdo é a possibilidade de desenvolver a autonomia dos alunos nas tomadas de decisões e a comunicação entre professor e alunos. Posteriormente, foi realizada a formalização dos conteúdos matemáticos na lousa, com uma breve explicação de cada conceito

e exemplos complementares, que foram desenvolvidos em conjunto entre a professora pesquisadora e alunos, com o registro das soluções na lousa. É um momento em que os alunos puderam participar e fazer questionamentos, revisando os conceitos matemáticos explorados nos problemas.

Problema Gerador 1 – Dados e moedas

- 01)** Considere o lançamento de um dado, verifique a face voltada para cima e responda:
- a) Quais são os números possíveis de aparecerem?
 - b) Quais os números pares que podem aparecer?
 - c) Quais os números ímpares que podem aparecer?
 - d) Quais números primos podem aparecer?
 - e) Quais números maior ou igual a 4 podem aparecer?
 - f) Quais números maior ou igual a 7 podem aparecer?
- 02)** Agora, considere o lançamento de uma moeda e responda:
- a) Uma moeda possui quantas faces? Quais são elas?
 - b) Ao lançar uma moeda três vezes, quais são as faces que podem aparecer? Registre os resultados observados por meio de uma tabela.

Fonte: Adaptado de Hazzan e Iezzi (2006, p. 73)

O problema gerador 1, teve como objetivo introduzir o conteúdo de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Ao final do processo foi apresentado aos alunos a seguinte formalização:

Experimento aleatório é todo experimento (ou fenômeno) cujo resultado depende somente do acaso, ou seja, cujo resultado é imprevisível mesmo quando repetido várias vezes, sob as mesmas condições. Espaço amostral (S), é o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e o evento ou acontecimento, geralmente indicado por uma letra maiúscula, é cada subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.

Problema Gerador 2 – O campeonato de futebol

Em um Campeonato Brasileiro de Futebol, foram sorteados para disputar a partida, o time do Atlético Mineiro e o time do Vitória. De acordo com as regras do campeonato, após a partida, há um sorteio para definir os jogadores que vão fazer o exame antidoping.

Considere cada time com 11 jogadores titulares e 7 reservas.

SAIBA QUE...

O exame *antidoping* detecta, na urina de atletas, o uso e a quantidade de substâncias não autorizadas pela Agência Mundial Antidoping (AMA).



De acordo com as regras do futebol de campo e as informações apresentadas acima, responda:

- Qual o espaço amostral dos jogadores titulares do time do Vitória? Identifique os jogadores por meio de um número.
- Qual o espaço amostral dos jogadores reservas do time do Atlético Mineiro? Identifique os jogadores por meio de um número.
- Suponha que após o jogo, um jogador de cada time, entre os titulares e os reservas seja sorteado para fazer o exame antidoping. Qual é a possibilidade de o goleiro titular do time do Vitória ser sorteado?
- E a possibilidade de ser sorteado o jogador do time do Atlético Mineiro?

Fonte: Adaptado de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020, p. 116)

No final do processo de resolução, quando não havia mais dúvidas sobre a resolução, foi formalizado o conceito de probabilidade.

Considere um experimento aleatório em que, para cada um dos n eventos simples do espaço amostral U , a chance de ocorrência é a mesma. Neste caso, os eventos são chamados de equiprováveis. Considere um evento A de um espaço amostral U finito e equiprovável, a razão entre o número de elementos de A (indicada por $n(A)$) e o número de elementos de U (indicado por $n(U)$) é a probabilidade $P(A)$ de o evento A ocorrer.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} \rightarrow P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } U} \quad \text{ou}$$

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}$$

Para todo evento A , temos:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ ou } 0\% \leq P(A) \leq 100\%$$

Problema Gerador 3 – Jovens

Em uma pesquisa realizada com 400 jovens de 15 a 20 anos, verificou-se que 200 estudam e 180 trabalham, sendo que, entre esses jovens, 130 estudam e trabalham.

- Como fica a representação dessa situação por meio de conjuntos?
- Qual é a probabilidade de que um dos jovens pesquisados, escolhido aleatoriamente, estude ou trabalhe?

Fonte: Adaptado de Teixeira (2020, p. 76)

No problema gerador 3, ao finalizar o processo de resolução foi apresentado aos alunos uma formalização do conceito de probabilidade da união de dois eventos.

A probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B, ou seja, a união de dois eventos, é igual à probabilidade de ocorrer A mais a probabilidade de ocorrer B, menos a probabilidade de intersecção de A com B.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Problema Gerador 4 – Filhos

Um casal planeja ter 3 filhos. Qual é a probabilidade de que o casal tenha exatamente dois filhos do sexo masculino (M), sabendo que o primeiro filho nascido é do sexo feminino (F)?

Fonte: Adaptado de Teixeira (2020, p. 82)

O problema gerador 4, teve como objetivo formalizar conceitos de probabilidade condicional: eventos dependentes e independentes. No final do processo de resolução foi apresentado a seguinte formalização:

Sejam A e B eventos não vazios de um espaço amostral U. Denominamos probabilidade condicional de A em relação a B, a qual indicamos por $P(A/B)$, a probabilidade de ocorrer o evento A, sabendo que já ocorreu o evento B. Dois eventos, A e B, são eventos independentes se a ocorrência de um deles não interfere na ocorrência do outro. Dois eventos, A e B, são eventos dependentes quando a probabilidade de ocorrência de um deles interfere na ocorrência do outro.

Ao final da aula, foi encaminhada a cada aluno uma lista com cinco problemas complementares referente aos conceitos formalizados para serem resolvidos em casa. A análise e discussão das soluções foram feitas no encontro seguinte. O objetivo foi aprofundar o entendimento dos conceitos construídos pelo problema gerador e sanar dúvidas. Através dessa correção os alunos tiveram a oportunidade de expor a forma como resolveram os exercícios, fazer questionamentos, relembrar conceitos matemáticos e serem protagonistas de sua aprendizagem durante a aula.

Em relação aos erros cometidos pelos alunos nas resoluções dos problemas propostos, Lorenzato (2010) aponta distintas causas que podem levar o aluno ao erro na resolução de um problema: “falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimento da língua materna ou de conceitos matemáticos”. (Lorenzato, 2010, p. 50). Nessa perspectiva,

ressaltamos a importância de detectar e corrigir o erro, ouvindo e propondo reflexões que levem o aluno a perceber a incoerência de suas respostas, que os auxiliem a reformular novas alternativas e conceitos, que os ajude a evoluírem matematicamente e adquirir novos conhecimentos.

O momento destinado para debate e correção na lousa desses problemas, se mostra propício para sanar as dúvidas das soluções apresentadas, sempre em busca de um trabalho colaborativo em que todos os alunos possam argumentar e questionar. Assim, podemos refletir que a correção em conjunto na lousa entre professor e aluno é um momento para o aprendizado, pois é um espaço destinado a sanar dúvidas, levantar questionamentos e aproveitar essas discussões para evidenciar as dificuldades encontradas pelos alunos. Dessa forma o professor pode intervir de forma a propiciar um melhor entendimento dos conceitos matemáticos.

Podemos relatar que através desse momento os alunos se sentiram motivados a participar, mesmo aqueles alunos que não resolveram os problemas em casa compartilharam as suas ideias de resolução para os problemas propostos, abrindo discussões dos conceitos matemáticos envolvidos na solução do problema, até chegar a uma resposta considerada plausível.

Em relação ao encontro de encerramento, nesse encontro foi entregue aos estudantes um questionário com três perguntas, com o objetivo de compreender e captar suas impressões e sentimentos com relação aos encontros. Cada aluno recebeu uma folha com as questões a serem respondidas individualmente.

A primeira pergunta do questionário indagava aos estudantes suas impressões referentes aos encontros, se gostaram da dinâmica que foi utilizada, apontando os pontos positivos e negativos. Na questão 2 foi questionado aos alunos se consideraram que o ensino através da Resolução de Problemas contribuiu ou não para a aprendizagem dos conceitos de Probabilidade, pedindo que justificassem a resposta e o último item do questionário perguntava aos alunos se na concepção deles a Metodologia do Trabalho Colaborativo e Cooperativo através da Resolução de Problemas pode ser empregada para ensinar outros conteúdos matemáticos, com justificativa da resposta.

De acordo com as respostas apresentadas pelos alunos, eles relatam que em relação a dinâmica de trabalho através da resolução de problemas, se sentiram instigados quanto ao desenvolvimento do raciocínio e a lógica e tiveram a oportunidade de discutirem e defenderem com os colegas de sala seus pontos de vistas referente às várias resoluções por eles apresentadas

na lousa. Também vale ressaltar que apesar de considerar os encontros bom, teve um aluno que apontou que prefere a forma convencional de ensino ao qual estão acostumados, ou seja, o estudo regido por explicação, exemplos e posterior lista de atividades de fixação. Ainda, os alunos alegaram que o ensino através da Resolução de Problemas contribuiu muito para a aprendizagem dos conteúdos de Probabilidade, se configurando como um estudo através de uma aula dinâmica e divertida, incentivando o pensamento crítico e independente, desenvolvido por meio do trabalho cooperativo e colaborativo. Quanto à metodologia de ensino adotada, os alunos mesmo na dúvida alegaram que acreditam que o ensino através da Resolução de Problemas contribuiu para a aprendizagem dos conceitos de Probabilidade, relatando que é uma dinâmica que quando bem trabalhada, pode ser adotada em qualquer conteúdo; sendo assim considerada uma metodologia de ensino eficaz, que pode ser aplicada em contextos diferente. Mesmo o aluno que identificou que prefere a forma convencional de ensino, relatou que esse método pode ser diferente se for utilizado em sala de aula desde as séries iniciais, desmistificando o ensino considerado antigo de o professor ser o detentor do saber e a figura que detém a conhecimento a ser transmitido, passando a ser mediador e articulador de saberes.

Quanto à avaliação, esta aconteceu durante todo o percurso de aplicação do projeto, sendo contínua e cada aluno avaliado individualmente através da observação permanente da professora e pesquisadora, que esteve sempre atenta e anotando todo o desenvolvimento dos alunos. Dessa forma, foram analisados as atitudes, a participação, o interesse, a comunicação oral e escrita, o confronto e a defesa de ideias de cada aluno referente aos problemas geradores propostos e o comprometimento na resolução das listas de atividades extraclases, com a apresentação das soluções dos problemas de forma clara e objetiva.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Resolução de Problemas é um recurso didático que favorece o processo de construção de conhecimento, não simplesmente como estratégia de ensino, mas como uma Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, em que os agentes envolvidos são autores e ativos participantes em todas as atividades. Tem sido discutida por pesquisadores e professores na área da Educação Matemática que procuram nessa metodologia de ensino alternativas para melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos em sala de aula. O problema é apontado como objeto inicial de estudo e através desse problema se inicia a construção e a formação de um novo conceito matemático.

Estudar e entender sobre a Resolução de Problemas, a partir dos elementos destacados por Allevato e Onuchic (2021), através das dez etapas de implementação da metodologia sintetizadas e sugeridas pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, proporciona aos educadores a conhecer novas possibilidades para que o ensino da Matemática promova uma melhor aprendizagem aos alunos.

Durante o desenvolvimento das atividades, utilizando o Problema Gerador como gerador de conteúdo, percebemos a interação e comprometimento dos alunos no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem dos conceitos relacionados a Probabilidade. Os alunos se sentiram motivados a utilizar seus conhecimentos prévios na busca de solucionar os problemas propostos, sendo instigados a desenvolver o raciocínio e a lógica matemática. Assim, na resolução dos problemas geradores, os alunos, a princípio identificaram a situação problema a ser resolvida, analisaram o que era preciso resolver e como isso seria feito, empregando as estratégias matemáticas conhecidas pelos integrantes dos grupos, de forma a desenvolver a solução e realizar o previsto para responder o problema proposto. Empregaram estratégias de resolução como a utilização de tabelas e organização dos dados apoiados em aprendizagens já consolidadas em conteúdos estudados anteriormente.

Quanto às discussões sobre os fundamentos e conceitos de probabilidade, estas formalizações e contextualizações dos conteúdos e suas aplicações foram realizadas nos problemas geradores, através da formalização dos conteúdos e exemplificações e, nas listas de problemas complementares, por meio das discussões e correções das soluções apresentadas pelos alunos para esses problemas na lousa. Através dessa contextualização foi possível perceber a importância do estudo da probabilidade em nosso dia a dia, pois ela proporciona um modo de medir a incerteza e de como aplicar a matemática para resolver problemas reais.

Vale ressaltar que é uma proposta metodológica que requer do professor uma nova postura de ensino e avaliação, exigindo um trabalho diferenciado por parte do professor na seleção e preparação da aula, na escolha dos problemas geradores de conteúdo adequado, estimulando o envolvimento e comprometimento dos alunos para com a construção de seu próprio conhecimento. Ainda, essa metodologia pode ser aplicada em vários contextos e disciplinas diferentes. No entanto, não há a necessidade de o professor utilizar a metodologia em todos os conteúdos, ele pode adaptá-la alinhada a outras metodologias de ensino também e, referente as dez etapas para desenvolvimento da metodologia sugerida por Allevato e Onuchic

(2021), após a introdução da metodologia em sala de aula com a aplicação em dois ou três tópicos de conteúdos, os alunos se já adaptam e o trabalho flui espontaneamente.

Quanto ao aspecto avaliativo esse ocorreu durante todo o processo de aplicação dos problemas geradores e através do comprometimento dos alunos em resolver a lista de situações problemas extraclasse, sendo considerado satisfatório esse envolvimento dos alunos em todo o processo de ensino, aprendizagem e avaliação. Sendo assim, se manifestaram participativos nas resoluções em grupos e no momento destinado para a plenária, defendendo os seus pontos de vista com reflexão e embasamentos matemáticos.

Por fim, esperamos que através dessa metodologia que os alunos se sintam estimulados a enfrentar situações novas de aprendizagem, dentro e fora da sala de aula, que os ajude a desenvolver estratégias para resolver problemas, pois consideramos que a metodologia de ensino adotada nesta pesquisa possui potencial de aplicabilidade voltado para diferentes conteúdos, valorizando a interdisciplinaridade entre as disciplinas de ensino, sempre visualizando a eficácia do processo de ensino e aprendizagem dos alunos em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de L. R. (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; SOUSA, P. R. C. **Prisma Matemática: Estatística, Combinatória e Probabilidade**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2020.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em Ensino e Sala de Aula: diferentes vozes em uma investigação**. 1 e 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília/DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2022.

COLAÇO, V. de F. R. Processos interacionais e a construção de conhecimento e subjetividade de crianças. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 17, n. 3, p. 333-340, 2004.

COLL SALVADOR, C. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Educar em Revista**, Curitiba: UFPR, n. 31, p. 213-230, 2008.

- FERNANDES, F. M. S. **Resolução de Problemas e Educação Matemática crítica**: uma proposta para o ensino de probabilidade. 2018. 103 f. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba. 2018.
- HAZZAN, S.; IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Combinatória, Binômio e Probabilidade. Volume 5. São Paulo: Editora Atual, 2006.
- LORENZATO, S. (ED) **Para Aprender Matemática**. Coleção Formação de Professores. São Paulo: Autores Associados, 2010.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. Rio de Janeiro: EPU, 2ª ed., 2013.
- MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de L. R. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.). **Resolução de Problemas**: Teoria & Prática. 1ª. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.
- NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas**: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 430 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.
- ONUCHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199 –218.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.
- ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que Através da Resolução de Problemas? ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.). **Resolução de Problemas**: Teoria & Prática. 1ª. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.
- ONUCHIC, L. R. **A Resolução De Problemas na Educação Matemática**: Onde Estamos e Para Onde Iremos? In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO EM MÁTEMÁTICA, 4, JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO EM AMTEMÁTICA, 17, 2012, Passo Fundo. Anais Passo Fundo, SP: Universidade de Passo Fundo. p. 1-15.
- POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- TEIXEIRA, L. A. **Diálogo**: Matemática e suas tecnologias. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020.

VIALI, L. Algumas Considerações Sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, p. 143-153, 2008. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177/163>. Acesso em: 15 mar. 2022.

Histórico

Submetido: 11 de julho de 2024

Aprovado: 17 de outubro de 2024

Publicado: 04 de novembro de 2024

Como citar o artigo - ABNT

RODRIGUES, A. A.; AZEVEDO, E. Q. Ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos de probabilidade através da resolução de problemas. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), v. 7, e2024016, 2024. <https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2024016>

Licença de Uso

Licenciado sob Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Porém, não permite adaptar, remixar, transformar ou construir sobre o material, tampouco pode usar o manuscrito para fins comerciais. Sempre que usar informações do manuscrito deve ser atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.

