COINSPIRAÇÃO
Revista dos Professores que Ensinam Matemática

Apropriações de regras explícitas e implícitas em equações do 1º grau

Poliana Matos Mendes dos Santos[1]
Secretaria Municipal de Educação de Canaã dos Carajás - Semed

Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior[2]
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - Unifesspa

RESUMO

Nesse artigo analisamos, sob uma perspectiva wittgensteiniana, como a apropriação de regras explícitas e implícitas sobre equações do 1º grau são mobilizadas pelos alunos na realização das atividades algébricas. Partimos da ideia de regras explícitas e implícitas, trazendo estas em uma discussão mais ampla seguindo critérios de regras da linguagem no domínio da matemática. Para tanto, essa pesquisa constitui-se por uma abordagem qualitativa, sendo realizada com alunos de 7º ano, que ainda não havia estudado equações do 1º grau. Os resultados indicaram que os alunos conseguiram apropriar-se das regras sem muita dificuldade, pois se familiarizaram com a linguagem algébrica após as explicações da professora durante as aulas. Neste contexto, para ser possível uma apropriação de regras algébricas, os professores precisam de se mobilizar conscientemente mediante utilização de atividades, no sentido de apresentar algumas aplicações e não esperar que os alunos deduzam espontaneamente essas aplicações.
Palavras-chave: Equações do 1º grau; Regras explícitas; Regras implícitas; Perspectiva wittgensteiniana; Linguagem algébrica.

Appropriation of explicit and implicit rules in 1st degree equations

ABSTRACT

In this article, we analyze, from a Wittgensteinian perspective, how the appropriation of explicit and implicit rules about 1st degree equations are mobilized by students when carrying out mathematical-algebraic activities. We start from the idea of explicit and implicit rules, bringing these into a broader discussion following the criteria of linguistic rules in the domain of mathematics. This research takes a qualitative approach. Data related to the development of activities carried out with 7th grade students who had not yet studied 1st degree equations. The results indicated that because the students were more familiar with algebraic language after the teacher's explanations during the lessons, they were able to grasp the rules without too much difficulty. In this context, in order for algebraic mathematical rules to be appropriated, it is necessary for the teacher to mobilize intentionally, in the sense of presenting some of their applications through activities and not expecting the students to spontaneously deduce these applications.
Keywords: 1 st degree equation; Explicit rule; Implicit rule; Wittgensteinian perspective; Algebric languages.

Apropiaciones de reglas explícitas e implícitas en ecuaciones de 1er grado

[1] Mestra em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa). Professora da Rede Municipal de Ensino de Canaã dos Carajás (PMCC), Canaã dos Carajás, Pará, Brasil. Professora pela Prefeitura Municipal de Parauapebas (PMP), Parauapebas, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua V 10, 13, residencial Park Carajás, Canaã dos Carajás, Pará, Pará, CEP: 68537-000. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6581-3403. Lattes: http://lattes.cnpq.br/4227041963982562 E-mail: poliana.santos@semedcanaadoscarajas.pa.gov.br.

[2] Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor Adjunto da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), Marabá, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida dos Ipês, s/n, Cidade Jardim, Marabá, Pará, Brasil, CEP: 68500-000. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1425-0049. Lattes: http://lattes.cnpq.br/3200167526181886. E-mail: valdomiro@unifesspa.edu.br.

RESUMEN

En este artículo analizamos, desde una perspectiva wittgensteiniana, cómo la apropiación de reglas explícitas e implícitas sobre ecuaciones de 1er grado son movilizadas por los estudiantes al realizar actividades algebraicas. Partimos de la idea de reglas explícitas e implícitas, llevándolas a una discusión más amplia siguiendo criterios de reglas del lenguaje en el dominio de las matemáticas. Para ello, esta investigación consiste en un enfoque cualitativo, realizándose con estudiantes de 7º año, que aún no habían estudiado ecuaciones de 1er grado. Los resultados indicaron que los estudiantes lograron captar las reglas sin mucha dificultad, ya que se familiarizaron con el lenguaje algebraico luego de las explicaciones del docente durante las clases. En este contexto, para poder apropiarse de las reglas algebraicas, los profesores necesitan movilizarse conscientemente mediante el uso de actividades, con el fin de presentar algunas aplicaciones y no esperar que los estudiantes las deduzcan espontáneamente.

Palabras clave: Ecuaciones de 1er grado; Reglas explícitas; Reglas implícitas; Perspectiva wittgensteiniana; Lenguaje algebraico.

INTRODUÇÃO

As diferentes linguagens e suas gramáticas podem surgir por meio de tarefas educacionais e os seus prováveis *jogos de linguagem* que envolve a matemática. Nesse cenário, a comunicação existente entre professor e alunos em contextos de ensino e aprendizagem da matemática torna-se necessário para que resultados exitosos possam emergir. Nessa temática, consideramos a linguagem como ferramenta propulsora do conhecimento.

Ademais, consideramos a matemática como uma linguagem, em que se volta não somente para uma simples escolha didática. E é nesse sentido que temos a fundamentação teórica conforme as ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (2009). Portanto, entende-se que os significados imbricados nesta linguagem estão no uso que fazemos dela, e que o sentido é constituído na *práxis* da linguagem, sem considerar fatos fora dela, bem como, fundamentos para a aprendizagem. Conforme Gottschalk (2008), a linguagem abandona o pressuposto de auxiliar para focarmos nela como *protagonista*. Desse modo, entende-se que o significado da linguagem se dá no uso.

Em termos de filosofia da linguagem, na perspectiva discutida por Gottschalk (2008), não há qualquer conteúdo que possa ser ensinado pelos professores que possa ser descoberto pelos alunos. Nesse caso, as palavras não têm apenas a função de nomear significados prefixados que já estão presentes até certo ponto na experiência do aluno. Neste trabalho discutiremos como os conceitos matemáticos podem ser compreendidos à luz da perspectiva wittgensteiniana.

De acordo com a Filosofia da Linguagem de Wittgenstein (2009), entendemos que a compreensão não é um processo mental. Se os alunos forem capazes de usar e dominar as regras, podemos inferir a compreensão. Portanto, a compreensão depende antes de tudo de treino, para que o aluno, a partir de algum momento a priori imprevisível, experimente um novo movimento no jogo de linguagem em que está inserido e até mesmo o utilize em situação empírica (Gottschalk, 2008). Desse modo, as regras matemáticas possuem características necessárias.

Assumindo que as regras matemáticas contêm as suas próprias regras, os alunos devem seguir a lógica matemática ao interpretar as regras e não estão autorizados a ter a sua própria lógica. No entanto, o diálogo entre professores e alunos é imprescindível e os professores, por sua vez, precisam ouvir os alunos e dar-lhes a oportunidade de expressarem a sua compreensão. Neste caso, o professor poderá inferir se os conceitos que está ensinando são compreendidos ou não (Silveira, 2019). Quando nos referimos a um conceito, entendemos que existem regras matemáticas subjacentes a ele.

Nesse contexto, entendemos que podem se desenvolver barreiras entre os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos em diferentes jogos de linguagem. Para termos uma visão centrada na linguagem das barreiras que surgem, precisamos compreender que tais problemas podem surgir da relação entre a linguagem e a matemática e como compreender esta relação.

Partindo da relação linguagem e matemática, em sala de aula, as regras apresentadas na explicação de conteúdos são óbvias para o professor, mas, não necessariamente, para o aluno. Nessa conjuntura, as proposições matemáticas, conforme pressupostos wittgensteinianos são considerados regras de inferência (Gottschalk, 2008), necessitando serem ensinadas. Nessa perspectiva, os alunos terão acesso às regras matemáticas relacionadas aos jogos de linguagem explicados pelo professor.

Um foco na linguagem, na regulamentação das regras, resolverá certamente a confusão em torno desta apropriação. Conhecendo as regras, o aluno poderá decidir o que fazer conforme o jogo de linguagem estabelecido. Dá-se ênfase nesse texto às regras matemáticas, explícitas e implícitas,

É válido dizer que nesta fase as regras explícitas são aquelas claramente mostradas, que permitem ao aluno compreender os conceitos envolvidos nas equações, mas de forma mais direta. Regras implícitas são aquelas que inicialmente não são aparentes para o aluno, portanto a aquisição dessas regras ocorre durante o processo, quando os alunos começam a resolver tarefas semelhantes. Implícito neste sentido não responde a nada a ser descoberto, mas sim porque não é uma questão direta. Consoante a filosofia da linguagem de

Wittgenstein, estas regras implícitas podem aparecer em aplicações da matemática como operações práticas, empíricas, contextuais ou concretas.

A regra matemática quando introduzida de maneira explícita ou de maneira implícita pode ser utilizada pelo professor para proporcionar, ao aluno, sentido aos conteúdos matemáticos abordados em sala de aula. Abordaremos melhor as regras explícitas e implícitas no próximo tópico.

É oportuno destacar que o presente artigo é componente de uma pesquisa maior, uma dissertação de mestrado, orientada pelo coautor desse artigo e intitulada *Apropriação de Regras Explícitas e Implícitas sobre Equações do 1º grau em Jogos de Linguagem Algébricos.*

Este artigo tem o objetivo de analisar como a apropriação de regras explícitas e implícitas sobre equações do 1º grau são mobilizadas pelos alunos na realização das atividades algébricas. Assim, partimos de um breve histórico sobre a álgebra e das equações sob a ótica dos jogos de linguagem algébricos; a seguir discorremos sobre a ideia de regras explícitas e implícitas, trazendo estas em uma discussão mais ampla seguindo critérios de regras da linguagem no domínio da matemática; e, por fim apresentamos os resultados e as nossas considerações referentes ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos relacionados às equações de 1º grau.

Equações do 1º grau sob a ótica dos jogos de linguagem algébricos

A álgebra é uma linguagem criada ao longo dos anos, mas vem depois da aritmética e à geometria. Temos que, "a álgebra estuda as equações, as estruturas algébricas - na sua versão mais simples se traduzem nas expressões algébricas, com o estudo dos polinômios -, e as funções" (Teixeira Junior, 2021). Ela possui gramática própria, com diversos jogos de linguagem que contêm regras. As regras foram construídas no decorrer da história, dos usos e das regras reconhecidas por se tratar de uma atividade humana.

O desenvolvimento da álgebra baseada no estudo de equações possibilitou a criação e o estudo de novos conjuntos numéricos, pois mesmo o desenvolvimento da álgebra abstrata nos últimos dois séculos existiu apenas devido ao desenvolvimento e caracterização das propriedades das equações algébricas. O próprio conceito de função vem de equações algébricas cujas primeiras funções, são as polinomiais. É interessante notar que a matemática em seu intenso movimento possibilitou a formulação de uma linguagem simbólica e assim propôs o estudo da álgebra como uma linguagem em si. Neste referencial teórico, discutiremos os conteúdos algébricos.

Teixeira Junior e Silveira (2019) explicam que para os alunos saberem o que é álgebra, eles devem conhecer alguns dos usos associados ao nome. Concordamos com os autores quando nos dizem que não podemos assumir que os alunos conhecem e aplicam estes usos, concluindo assim que se trata de álgebra (Teixeira Junior; Silveira, 2019). A seguir temos algumas expressões como 7b + 9b, equações do tipo 4x – 3 = x + 2, funções como y = 3x – 4, são exemplos de álgebra.

Desse modo, os conteúdos algébricos devem ser apresentados ao aluno sob uma perspectiva da linguagem matemática, e as regras devem ser apresentadas e praticadas conforme o procedimento estabelecido, para poderem ser integradas e utilizadas em diferentes problemas. Inerente aos conteúdos algébricos, abordaremos as equações do 1º grau. Considerando que igualdade é uma equação, podendo ser numérica ou algébrica. Nessa pesquisa estamos considerando as equações algébricas.

Considerando que uma compreensão importante de algum conteúdo matemático requer efetivamente tempo e treino no uso de suas regras (Teixeira Junior; Silveira, 2019). Eventualmente não serão mostrados todos os possíveis usos das regras em um determinado ano escolar, porém diversos exemplos poderão levar a formação do conceito. Como declara Teixeira Junior (2016).

> Por exemplo, se eu disser a um aluno que uma equação é uma igualdade? E se eu mostrasse vários exemplos de equações? Esses vários exemplos seriam os paradigmas que aos poucos levariam o aluno a saber o que é equação ou a apontar uma, ainda não mostrada, e dizer, que é ou não uma equação (Teixeira Junior, 2016, p. 305).

Teixeira Junior (2016) nos traz uma ideia de contexto, em que os símbolos possuem sentido quando ponderados as regras a que se referem. Desse modo, é importante a verificação do contexto e a compreensão de que não se pode esperar que os alunos, que não conhecem os usos de determinados jogos de linguagem algébricos, se apropriem e descubram por si o que é equação, por exemplo. Segundo a ideia de Teixeira Junior (2016), entendemos que os exemplos que funcionam como paradigmas devem ser apresentados pelo professor, por possuir competências docentes e certamente pode coordenar a aprendizagem de forma proveitosa. Desse modo o aluno poderá apropriar-se das regras deste jogo de linguagem algébrico, sejam elas explícitas ou implícitas.

Considera-se a condição de sentido para os enunciados linguísticos, em que a linguagem natural e a linguagem matemática, apreendem a regra que surge de uma prática constante. O significado está no interior da própria linguagem sem necessidade de evocar entidades externas.

Para que o aprendizado seja mais efetivo, Silva (2019) nos diz que o ensino deve ser entendido como uma atividade linguística. A compreensão do caráter linguístico possibilita ao professor perceber as delimitações e ações viáveis de realização na sua atividade docente, e assim, sendo possível definir quais estratégias utilizará para abordar as dificuldades apresentadas por seus alunos no aprendizado das regras matemáticas.

> Considere esta forma de expressão: "Meu livro tem tantas páginas quanto é a solução da equação $x^3 + 2x - 3 = 0$". Ou: O número de meus amigos é n e $n^2 + 2n + 2 = 0$." Tem sentido esta frase? Não dá para reconhecer de imediato. Vê-se neste exemplo como pode acontecer que algo tenha a aparência de uma frase que entendemos, mas que de fato não tem sentido algum. Isto lança luz no conceito ‘entender’ e ‘ter-em-mente’ (Wittgenstein, 2009, p.189-190).

Conforme as ideias de Wittgenstein entende-se a importância de o aluno reconhecer um símbolo e usar o simbolismo relacionado para expressar ideias. Porém, não convém simplesmente familiarizar-se com os símbolos matemáticos, pois isso por si só não garante que a regra seja seguida corretamente, pois é necessário imputar significado (Danyluk, 2015). Falamos, então, de compreensão: “compreender uma frase significa compreender uma língua. Compreender uma língua significa dominar uma técnica” (Wittgenstein, 2009, p.113). Para possibilitar a compreensão, a função do simbolismo matemático é mediar entre um objeto e seu conceito, pois um grupo de símbolos forma um sistema que interpreta regras (Silveira, 2015).

No estudo das regras algébricas, essa relação não é diferente. Entender o que é seguir uma regra é entender como a linguagem produz seu significado. Para Wittgenstein a autonomia do aluno e a construção espontânea do conhecimento se dão a partir de maiores habilidades com a linguagem.

O papel das regras explícitas e implícitas para o aprendizado em equações do 1º grau

É importante que o aluno se aproprie e compreenda as regras algébricas necessárias para resolver uma equação, ainda que o aluno não seja orientado a resolvê-la. Destas regras podemos apontar a existência de letras que indicam os valores desconhecidos, as incógnitas, o sinal de igualdade que separa as expressões e assim denota o primeiro e o segundo membro, noção de raiz (solução), sendo o valor que a torna verdadeira - dessa maneira corroborando a igualdade entre o primeiro e segundo membro, respectivamente.

Entende-se que os conceitos aqui explicitados são algumas das regras relacionadas ao aprendizado da linguagem matemática em equações. Para os alunos aprenderem de forma satisfatória, é necessário compreender que a sala de aula é um ambiente social. Nesse sentido, é o contexto propício para a comunicação efetiva entre o professor, responsável por mostrar as regras envolvidas nos jogos de linguagem, principalmente os algébricos, e o aluno, que irá se apropriar de um jogo com regras próprias. Mencionamos aqui, tanto as regras explícitas quanto as regras implícitas.

Quando falamos no aprendizado dos alunos, não podemos pensar nos processos de ensino e aprendizagem separadamente. Conforme o arcabouço wittgensteiniano, para resolver uma equação de 1º grau, entende-se que o professor pode declarar explicitamente suas regras, que são as regras faladas. Tomemos como exemplo: em uma equação $2x = 2$, podemos explicitar ao aluno que para encontrar o valor da incógnita, divide-se ambos os membros por 2, ou seja, a regra é apresentada de uma maneira mais direta. Diferentemente das regras explícitas temos as regras implícitas.

O professor apresenta intencionalmente uma atividade que contém regras implícitas, , a partir de uma perspectiva wittgensteiniana, essas regras implícitas podem ocorrer em aplicações matemáticas, tais como atividades práticas, empíricas, contextualizadas ou concretas. Podem ser relacionadas regras relacionadas à resolução de problemas. Ao apresentar problemas matemáticos aos alunos, nem sempre eles irão possuir um repertório na linguagem matemática para resolvê-los. Compreendemos a importância de um repertório seguindo regras da linguagem matemática para um problema matemático, seja qual for o conteúdo a ser explicado.

Para o aluno poder operar com o jogo de linguagem do problema[3], ele precisa ser apresentado a esse jogo. Portanto, as regras deste jogo podem ser enunciadas indiretamente. Os problemas podem estar claros no seu comando, mas levantar outras questões que não são tão óbvias para o aluno.

Tomemos o seguinte exemplo: *Um terreno retangular possui o comprimento cinco vezes maior que a largura. Sabendo que o perímetro desse terreno é igual a 180 metros, escreva uma equação para determinar o comprimento e a largura desse terreno. Qual é o valor dessas medidas?* No enunciado da questão, temos os dados para determinar os valores das medidas do comprimento e da largura do terreno. O aluno é solicitado a escrever uma equação para determinar o valor dessas medidas.

[3] A partir daqui iremos nos referir a problemas matemáticos apenas por problemas.

Conforme o exposto, percebe-se as regras implícitas presentes nesse uso. Isso ocorre quando o aluno utiliza as técnicas de resolução de uma equação para resolver um determinado problema. O aluno ao ser inserido nesse novo uso utilizando resolução de equações é capaz de apropriar-se das regras matemático algébricas, de modo a estabelecer uma associação com o problema descrito.

É necessário que o professor explique de que maneira a associação equações e comando da questão será utilizada. A compreensão de regras implícitas às vezes ocorre durante o processo, quando os alunos começam a resolver problemas semelhantes. Problemas algébricos envolvendo equações do 1º grau favorecem uma nova maneira de cálculo, que em muitos casos até apresenta semelhanças com operações aritméticas, mas são entendidos como possuindo *semelhanças de família*. No entanto, as regras precisam ser ensinadas conforme o jogo de linguagem dos problemas algébricos, que neste caso é o método de resolução de uma equação em um determinado contexto.

Teixeira Junior e Silveira (2019, p.33) nos apresentam que "o método de resolução de uma equação não é uma ferramenta que utilizamos para alcançar a solução da equação, mas, é uma espécie de explicação em si, ou seja, seu resultado já era conhecido e se criou uma forma de mostrar isso". Um determinado resultado não é encontrado com base no método de solução, mas sim porque foi criado um método, devido ao resultado já fazer parte do processo.

Diante do exposto, é possível ao aluno, a partir do conhecimento da linguagem matemática, apropriar-se das regras explícitas e implícitas contidas em atividades relacionadas a equações. Para que esta apropriação seja possível sob a ótica dos jogos de linguagem algébricos é necessário compreender que o aluno tem a possibilidade de apropriar-se das regras explícitas e implícitas a partir de uma habilidade com a linguagem matemática. Nesse sentido, o aprendizado tende a tornar-se mais eficaz.

METODOLOGIA

Este estudo se encontra vinculado ao projeto: Abordagem Linguística ao letramento matemático: teoria e prática pedagógica (Allem), que foi desenvolvido na cidade de Canaã dos Carajás, por intermédio das atividades de pesquisa do Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Linguísticos em Educação Matemática (Prolem[4]). Essa pesquisa constitui-se por uma

[4] É um grupo de pesquisas formado por docentes e discentes do PPGECM da UNIFESSPA cujo interesse de pesquisa está relacionado a linguagens e atitudes em relação à matemática.

abordagem qualitativa. De acordo com Yin (2016) a pesquisa qualitativa tem capacidade de retratar visões e perspectivas das pessoas que participam do estudo. Reconhecemos que uma abordagem qualitativa se relaciona melhor com a nossa pesquisa. Sendo favorável para adquirirmos informações específicas e obter dados mais abrangentes.

Como método de pesquisa, utilizamos o estudo de caso. Para Yin (2015), estudos de caso desenvolvidos com rigor necessitam da utilização de fontes documentais, entrevistas e observações. Para isso, como explicitado por Fiorentini e Lorenzato (2006), se o pesquisador intenciona investigar a mobilidade do pensamento dos alunos no âmbito da resolução de problemas matemáticos, terá que adotar um instrumento que consiga exprimir as estratégias e as maneiras de responder, utilizadas, pelos alunos.

Deste modo, proporcionando momentos em que os alunos pensem em voz alta em meio ao processo de resolução do problema, ou registrem no papel como construíram a referida resolução. Para Hebeche (2002, p. 204), "o critério para compreender o que alguém imagina ou pensa é 'o que ele diz ou faz', isto é, a sua descrição é o único modo de se ter acesso ao que ele imagina". Dessa forma, compreenderemos quais estratégias serão utilizadas pelos alunos ao realizarem as atividades.

Como técnicas de pesquisa, utilizamos observação, entrevistas e perguntas que os alunos responderam relacionadas ao conteúdo algébrico aprendido. Essas questões foram respondidas nas chamadas respostas coletivas[5].

O contexto de produção dos dados foi uma Escola de Ensino Fundamental, em Canaã dos Carajás /PA, com um grupo de 20 alunos do 7º ano que ainda não haviam estudado equações do 1º grau. Para a inserção ao campo de pesquisa elaboramos um plano de aula. A coleta das evidências se deu pela exposição dos principais fatos registrados enquanto ministrávamos as aulas, por meio de observações, atividades realizadas e entrevistas com os alunos. Os encontros aconteceram no contraturno sob acompanhamento da professora-pesquisadora.

Após a coleta de dados, para análise, abordou-se a apropriação de regras explícitas e implícitas em equações do 1º grau. Na próxima seção analisaremos como a apropriação de regras explícitas e implícitas sobre equações do 1º grau são mobilizadas pelos alunos na realização das atividades algébricas.

[5] Essas respostas, que são as entrevistas, foram utilizadas para servirem de base para análise dos dados, porém não fizeram parte do texto da dissertação.

RESULTADOS E ANÁLISES

As análises são compostas por atividades respondidas pelos alunos, sobre equações algébricas. Apresentamos a seguir, na figura 1 uma atividade respondida pelos alunos, referente à solução ou raiz de uma equação.

Figura 1 – Atividade proposta e aplicada em sala de aula sobre raiz de uma equação do 1º grau

Solução ou raiz de uma equação

Escreva seu nome completo:

____

Verifique se o número:

a) 5 é raiz da equação $4x - 7 = x + 8$.

1º membro: $4x - 7 = \mathbf{4.\ 5 - 7 = 20 - 7 = 13}$

2º membro: $x + 8 = \mathbf{5 + 8 = 13}$

Como os valores numéricos dos dois membros são iguais, dizemos que 5 é raiz da equação $4x-7=x + 8$.

b) 10 é raiz da equação $7x + 30 = 10x$ | c) 6 é raiz da equação $3x - 1 = 11 + 2x$

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

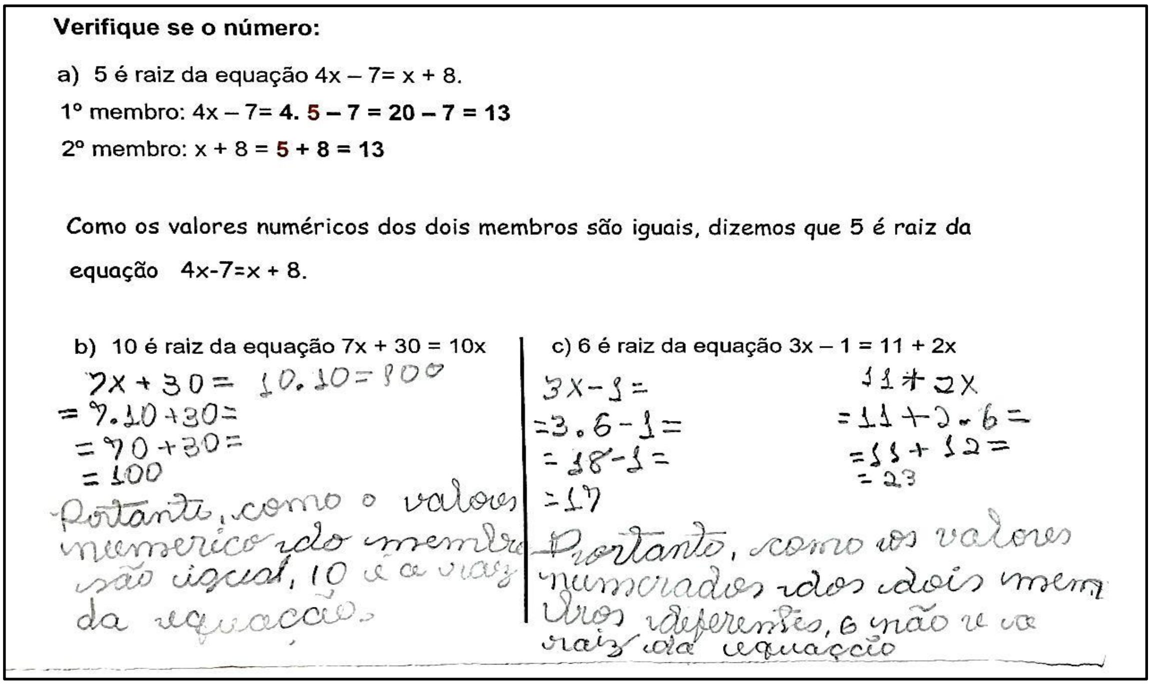
Nessa atividade trabalhamos a ideia de regras explícitas. Conforme o enunciado da atividade, entende-se que para determinar se um número é raiz ou não da equação são necessárias o uso das regras concernentes ao jogo de linguagem algébrico. Dentre essas regras temos, a substituição da incógnita pelo número dado e como uma técnica possível, calcular o valor numérico de cada membro da igualdade.

A seguir, apresentamos uma atividade realizada pelo aluno Jorge[6], que contém regras matemáticas explícitas entrelaçadas com o jogo de linguagem das equações.

---

[6] Todos os nomes usados para a identificação dos sujeitos da pesquisa são fictícios.

Figura 2 - Registro da atividade do aluno Jorge sobre raiz de uma equação do 1º grau



Verifique se o número:

a) 5 é raiz da equação 4x – 7= x + 8.

1º membro: 4x – 7= **4. 5 – 7 = 20 – 7 = 13**

2º membro: x + 8 = **5 + 8 = 13**

Como os valores numéricos dos dois membros são iguais, dizemos que 5 é raiz da equação 4x-7=x + 8.

b) 10 é raiz da equação 7x + 30 = 10x

7x + 30 = 10.10 = 100
= 7.10 + 30 =
= 70 + 30 =
= 100

Portanto, como o valores numerico do membro são igual, 10 é a raiz da equação.

c) 6 é raiz da equação 3x – 1 = 11 + 2x

3x - 1 =
= 3 . 6 - 1 =
= 18 - 1 =
= 17

11 + 2x
= 11 + 2 . 6 =
= 11 + 12 =
= 23

Portanto, como os valores numerados dos dois membros diferentes, 6 não e a raiz da equação

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

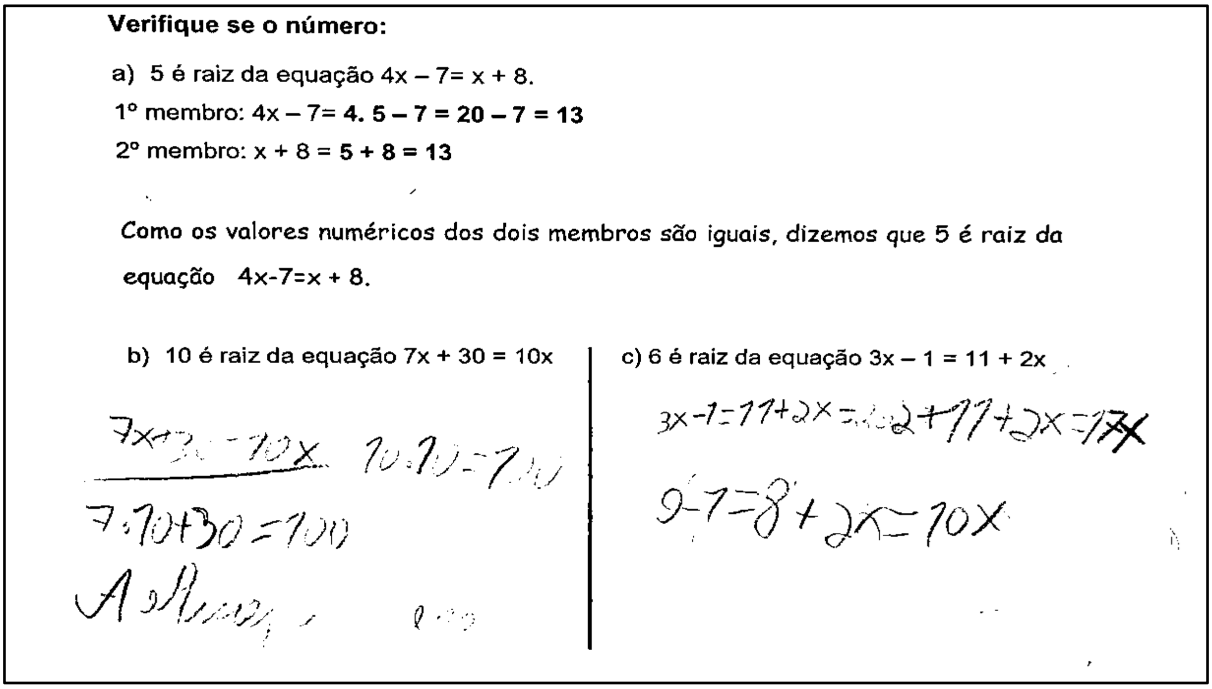
Conforme podemos perceber pelo desenvolvimento da atividade de Jorge, ele conseguiu apropriar-se das regras de substituição na equação, e assim, encontrar um valor numérico. No registro do aluno, notamos que ele substituiu os valores numéricos na incógnita em cada item, separou os membros e efetuou as operações de multiplicação e adição à medida que apareciam. O aluno mostrou que consegue aplicar as regras do jogo de linguagem algébrico, especificamente, da raiz ou solução de uma equação.

Analisando as respostas referentes à atividade sobre raiz de uma equação do 1º grau, entendemos que pelo fato dos alunos participantes da pesquisa estarem mais familiarizados com a linguagem algébrica e com as regras matemáticas que permeiam a equação do 1º grau, eles conseguiram apropriar-se das regras sem maiores dificuldades.

Nesse sentido, é na mobilização de fazer e refazer exercícios que o aluno vai conseguindo aperfeiçoar sua interpretação de uma regra matemática, dessa forma seu conceito vai se modificando (Silveira, 2008). Conforme Silveira (2015), o uso se dá na apresentação de paradigmas ou diversos exemplos.

A seguir, na figura 3, temos uma operação matemática realizada pelo aluno Henrique. Reiteramos que a questão foi explicada em aula, e a imagem mostra que o aluno procura seguir as explicações dadas pela professora.

Figura 3 - Registro da atividade do aluno Henrique sobre raiz de uma equação do 1º grau



Verifique se o número:

a) 5 é raiz da equação $4x - 7 = x + 8$.

1º membro: $4x - 7 =$ **$4 . 5 - 7 = 20 - 7 = 13$**

2º membro: $x + 8 =$ **$5 + 8 = 13$**

Como os valores numéricos dos dois membros são iguais, dizemos que 5 é raiz da equação $4x-7=x + 8$.

b) 10 é raiz da equação $7x + 30 = 10x$

$7x+30=10x$ $10.10=700$

$7.10+30=100$

c) 6 é raiz da equação $3x - 1 = 11 + 2x$

$3x-1=11+2x=2+11+2x=17x$

$9-1=8+2x=10x$

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Nesse procedimento, com base na observação e no material coletado, constatou-se que, no item b o aluno identifica que a regra a ser manipulada está relacionada ao jogo de linguagem algébrico e compreende o procedimento para verificar se um determinado número é ou não raiz da equação. No entanto, no item c, o aluno efetuou a soma de todos os termos da equação como se estivesse seguindo as etapas contidas na explicação da professora, porém, tratou os termos no contexto das expressões numéricas, confundindo o jogo de linguagem algébrico com o jogo de linguagem numérico. Nesse sentido, destacamos a importância da diferenciação dos contextos de uso. Podemos considerar que a álgebra e a aritmética contêm algumas similitudes em certas regras, mas os símbolos só possuirão sentido se aplicado no seu devido contexto. Não podemos concluir que se um aluno souber aplicar determinada regra aritmética ele poderá seguir algo que tenha semelhança em outro contexto. Cada jogo de linguagem tem sua própria gramática. Isso gera bastante confusão entre os alunos que nem sempre identificam as diferenças (Barata, 2017).

Quando falamos em *jogo de linguagem* algébrico, entendemos que para que o aprendizado realmente aconteça, o processo de ensino e aprendizagem não pode ser desvinculado de critérios de regras da linguagem no domínio da matemática. Para apresentar com clareza as regras da álgebra e sua utilização nos diversos jogos de linguagem, é necessário mostrar seu caráter linguístico peculiar. Embora uma atividade se refira a uma situação comum ao aluno, as perguntas às vezes correspondem a novas abordagens.

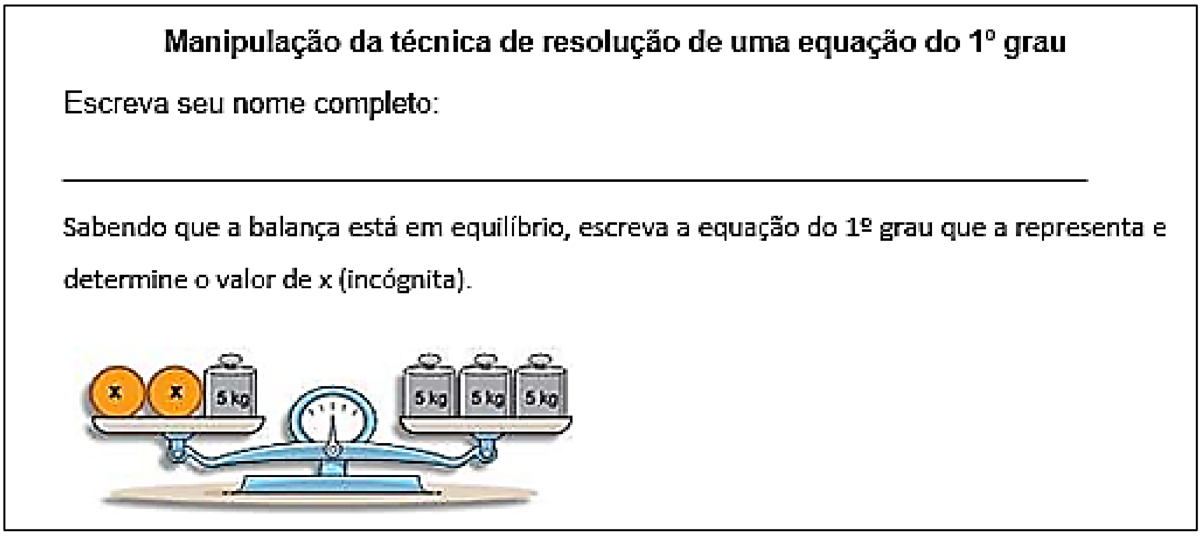
Por isso é muito importante a atenção do professor a essas possíveis situações, pois o professor poderá esclarecer as possíveis dúvidas do aluno. A partir de uma visão wittgensteiniana, um novo significado poderá ser dado ao aprendizado do aluno, ao apropriar-se das regras algébricas. Seguindo esse novo significado, adicionamos ao plano de aula atividades que incluíam a ideia de regras algébricas que podem ser compreendidas implicitamente, concernentes ao estudo de equações do 1º grau.

> Dessa forma, é preciso que o aluno aceite certas convenções, é preciso que ele aceite o novo formato de cálculo presente na álgebra, que é diferente da aritmética, e que seja inserido no uso contínuo das regras desse novo jogo de linguagem. As regras devem ser ensinadas com o devido pano de fundo, que seria dentro de formas de vida compreensíveis ao aluno. Não há uma potencialidade a priori no aluno que o leve a compreender, em um primeiro momento, o cálculo com letras da mesma forma que compreendeu com números; há apenas algumas semelhanças (Teixeira Junior; Silveira, 2019, p. 34-35).

Concordamos com os autores que as regras devem ser ensinadas em seu devido jogo de linguagem. Ao ensinar equações do 1º grau aos alunos, objetivamos no decorrer das aulas inseri-los no *jogo de linguagem* algébrico. Conforme esse contexto, apresentamos o registro do procedimento realizado por dois alunos, João Augusto e Alex, em uma das atividades respondidas pela turma. Dada a importância de apresentar aos alunos algumas regras do jogo de linguagem algébrico, tentamos explicar essa de uma forma que os alunos pudessem apropriar-se das regras envolvidas ali.

A seguir, temos outra situação-problema, figura 4, que necessita da compreensão de regras e procedimentos matemáticos que não são apresentadas de maneira tão direta. Nesta atividade, os alunos foram instruídos a utilizar conceitos relacionados ao conteúdo matemático das equações do 1º grau. Durante a explicação é apresentada a opção de resolver situações-problema utilizando conceitos algébricos, onde cada bola corresponde a uma incógnita x.

Figura 4 - Situação-problema sobre resolução de uma equação do 1º grau



Manipulação da técnica de resolução de uma equação do 1º grau

Escreva seu nome completo:

____

Sabendo que a balança está em equilíbrio, escreva a equação do 1º grau que a representa e determine o valor de x (incógnita).

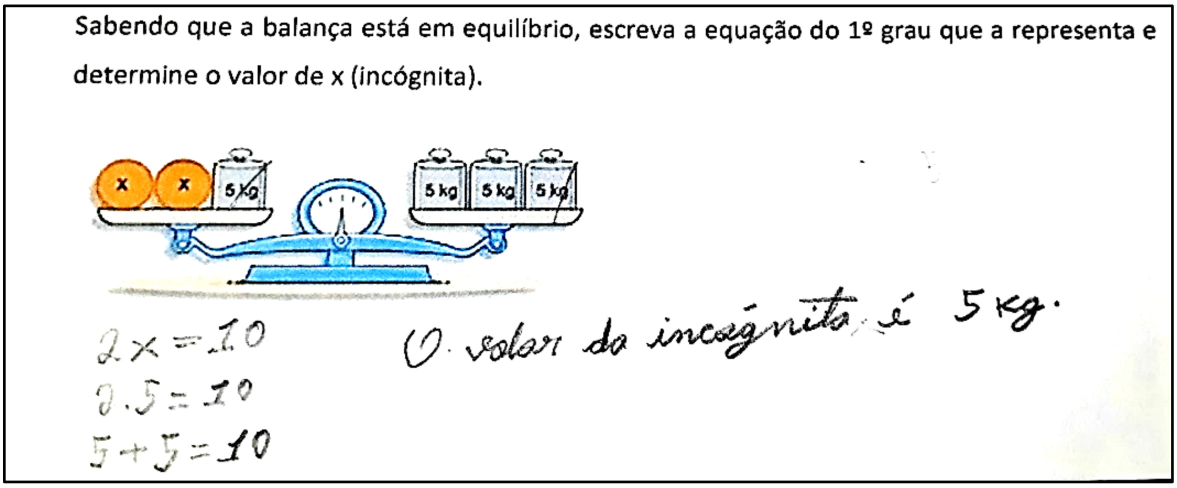
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Para um aluno conseguir resolver problemas matemáticos de forma satisfatória, ele deve compreender conceitos matemáticos implícitos nesses problemas. Na situação-problema apresentada, o conteúdo matemático já está presente na formulação da questão, ou seja, equação do 1º grau, mas não está claro como os alunos deveriam proceder para chegar que se chegasse à resposta do problema.

Para responder ao comando da situação-problema, esperávamos que os alunos utilizassem as técnicas, explicadas em aula, para resolver uma equação do 1º grau. Nesse sentido, não existe necessariamente um traço em comum às regras explícitas e regras implícitas que permita visualizar a relação entre ambas. No entanto, pelo fato do método de resolução de problemas ser uma habilidade que precisa ser desenvolvida, a orientação do professor é necessária inicialmente.

A seguir, temos o procedimento realizado por Eloísa para a resolução da situação-problema, figura 5. É perceptível que ela compreendeu o enunciado da questão, conseguindo escrever a equação do 1º grau solicitada. Concluímos que reconhecer as regras desse jogo de linguagem, que envolveu a transformação da linguagem comum para a linguagem matemática possibilitou sentido à experiência vivenciada pela aluna.

Figura 5 - Registro da resposta da Eloísa



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Ao analisar a resposta de Eloísa, observou-se a estratégia utilizada por ela para a resolução da questão. A aluna demonstrou compreender o uso das regras utilizadas para resolver uma equação do 1º grau, que estavam implícitas ao desenho da balança contida na questão. Eloísa demonstrou, também, apropriação das regras de aplicação da propriedade e equivalência da igualdade, essa habilidade demonstrada pela aluna é referenciada quando, na resolução, ela elimina um peso que está no primeiro prato e outro presente no segundo prato, de maneira que a balança continuou em equilíbrio. No ensino da equação do 1º grau, essa técnica configura-se em balancear os membros. A aplicação da regra matemática empregada em novo contexto pela aluna foi possível devido ao tratamento devido dado à linguagem, configurando-se no aprendizado das regras da linguagem no domínio da equação.

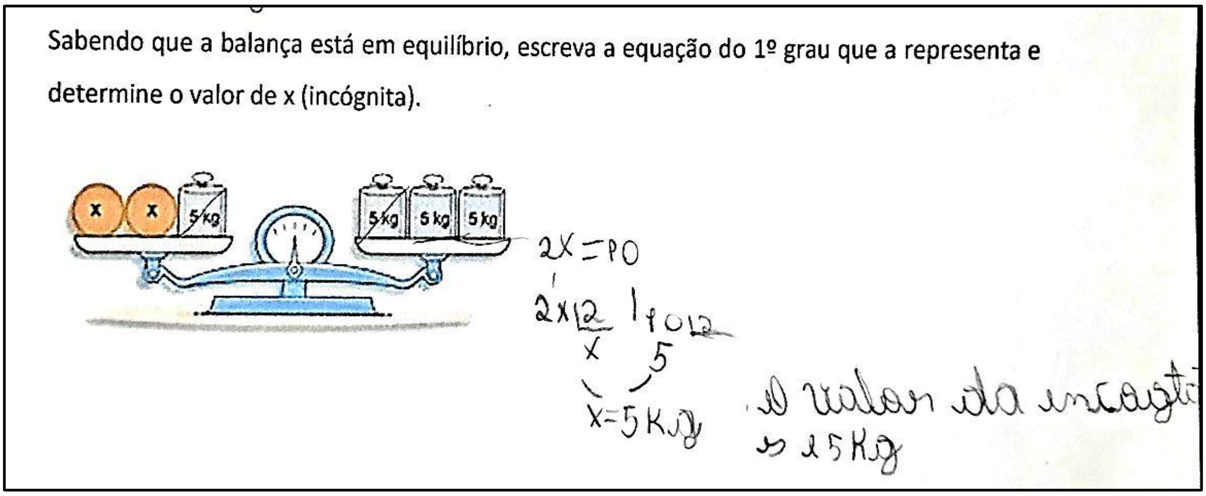
Nesse aspecto, o conhecimento de Eloísa não foi construído por ela própria, visto que, as regras foram ensinadas pela professora, e os conceitos algébricos foram atribuídos para possibilitarem o aprendizado das equações, portanto, possuindo subsídio na linguagem. Não há generalização espontânea da regra nem permutação para novos contextos, ainda que seus usos sejam aparentados. Conforme explicitado por Silveira (2008):

> O sujeito faz analogias, porém não transpõe conhecimentos, não generaliza automaticamente, justamente porque não existe generalização espontânea. A relação entre um conhecimento e suas aplicações está à mercê de fatos contingentes. No processo de aplicação da regra, o aluno se depara com contextos diferentes e a regra que deveria ser a mesma, passa por transformações e é modificada (Silveira, 2008, p. 102).

O que Silveira (2008) afirma, parece salientar que os alunos nem sempre conseguem estabelecer relações entre as regras que são ensinadas de maneira separada. Assim, se o professor não apresenta ao aluno que uma regra praticada em um contexto tem a possibilidade de ser aplicada em outro, não é assegurado que esse aluno consiga apropriar-se sozinho dessa relação, porém, todos os contextos de uma aplicação da regra não podem ser previstos pelo professor.

No exemplo a seguir, figura 6, o registro da resposta de Paulo, demonstra a apropriação e aplicação da regra de maneira coerente com o que foi explicitado pela professora no encontro em que conceitos envolvendo a resolução de uma equação do 1º grau foram abordados.

Figura 6 - Registro da resposta de Paulo



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Semelhante ao procedimento realizado por Eloísa, Paulo escreveu a equação que responde ao que foi requerido na situação-problema pela professora. Ao analisar os registros de Paulo, percebemos que ele eliminou os símbolos que representavam os pesos em ambos os pratos, para que a balança continuasse em equilíbrio e, logo após, escreveu a equação de 1º grau. Esse aluno, ao desenvolver o cálculo, utilizou as regras pertinentes a propriedade de igualdade, dividiu o primeiro e o segundo membro por 2, assim, chegando a uma equação equivalente. Nesse sentido, o aluno demonstrou ter autonomia e apropriação das regras envolvidas nesse jogo de linguagem.

Quando as regras estão presentes de modo implícito, é importante compreender que o entendimento delas, por diversas vezes, se dá no decorrer do processo, ao passo que os alunos respondem atividades semelhantes. Conexões seguras precisam ser estabelecidas, entre a regra e sua aplicação, procurando no processo da aprendizagem, no decorrer do ensino, afastar as dificuldades existentes e uma vez que ela seja apresentada, não esperar dedução espontânea pelo aluno (Gottschalk, 2004).

Nesse sentido, quando nos referimos ao conteúdo matemático equações do 1º grau, entendemos que as dificuldades advindas dessas questões podem ser sanadas partindo de uma habilidade com a linguagem matemática. O conceito ou regra implícita em uma situação-problema não é percebido se o aluno não tem experiência, não somente de acordo com a situação descrita no problema, mas experiências na resolução de questões semelhantes.

A autonomia dos alunos pode ocorrer quando eles possuírem experiência de uso das regras e para que isso aconteça é fundamental que o professor apresente e mostre claramente usos em diferentes jogos de linguagem. Essa apresentação, conforme uma perspectiva wittgensteiniana, somente será possível mediante a apresentação de critérios de regras da linguagem no domínio da matemática concernente a cada jogo de linguagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo discutimos sobre a apropriação de regras matemáticas, explícitas e implícitas, em equações do 1º grau. Esse movimento nos permitiu compreender melhor os possíveis elementos constituintes em conformidade com uma perspectiva wittgensteiniana, de como os alunos se apropriam das regras algébricas.

Como os alunos estavam familiarizados com a linguagem algébrica, conseguiram compreender as regras sem muita dificuldade. Constatou-se também, que alguns alunos confundiram o jogo de linguagem algébrico com o jogo de linguagem numérico. Enfatizamos a importância de distinguir os contextos de uso para ser possível à apropriação das regras. Consideramos que a álgebra e a aritmética possuem algumas semelhanças em certas regras, mas os símbolos só têm significado quando aplicados adequadamente nos seus respectivos contextos.

Para ser possível uma apropriação de regras explícitas e implícitas, pelos alunos, em equações do 1º grau, uma mobilização intencional do professor, no sentido de apresentar algumas das aplicações das regras algébricas mediante atividades, poderá ser realizada e não esperar que os alunos deduzam espontaneamente. Esperar essa dedução é uma concepção equivocada, conforme Gottschalk (2004).

Se o foco da apropriação das regras estiver na linguagem, diversas confusões podem ser desfeitas e, assim, ocorre a possibilidade da ampliação do repertório da linguagem algébrica pelos alunos. Não podemos esperar que haja algo no aluno que leve diretamente a essa apropriação que não esteja fundamentada na linguagem.

Desse modo, acreditamos que o conteúdo matemático não é apenas um meio de desenvolvimento intelectual, muito menos uma ferramenta necessária para a produção de novas experiências, mas é pressuposto para que o aluno continue a aprender, independente se nas atividades relacionadas a esses conteúdos, estarão presentes as regras explícitas ou implícitas. A apropriação dessas regras só será possível nos seus usos.

REFERÊNCIAS

DANYLUK, O. S. **Alfabetização Matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. 5. ed. Passo Fundo, RS: Editora Universidade de Passo Fundo, 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: Percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GOTTSCHALK, C. M. C. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos do CEDES**. UNICAMP, v. 28, p. 75-96, 2008.

HEBECHE, Luiz. **O mundo da consciência**: ensaio a partir da filosofia da psicologia de L. Wittgenstein. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

SILVA, C. E. S. Alfabetização Matemática na Perspectiva da Linguagem. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 14, n. 31, p. 28–48, 2019. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141. 2019.n31. p. 28-48.id186. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/166. Acesso em: 2 jan. 2023.

SILVEIRA, M. R. A. **Matemática, Discurso e Linguagens**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

TEIXEIRA JUNIOR, V. P. **A terapia de Wittgenstein e o ensino de álgebra**. 357f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

TEIXEIRA JUNIOR, V. P. Uma reflexão sobre a história da álgebra a partir da filosofia de Wittgenstein. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 9, n. 3, p. e21076, 2021. DOI: 10.26571/reamec.v9i3.12619. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/12619. Acesso em: 11 set. 2023.

TEIXEIRA JUNIOR, V. P.; SILVEIRA, M. R. A. O ensino de álgebra e a filosofia de Wittgenstein: sobre regras e essência. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 21, n. 3. pp. 29-49. 2019.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Trad. Marcos G. Montagnoli. 6ª ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Histórico
Submetido: 25 de janeiro de 2024
Aprovado: 01 de julho de 2024
Publicado: 31 de julho de 2024

Como citar o artigo - ABNT
SANTOS, P. M. M.; TEIXEIRA JUNIOR, V. P. Apropriações de regras explícitas e implícitas em equações do 1º grau. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), v. 7, e2024008, 2024. https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2024008