

## O Ensino de Probabilidade: uma proposta didática com o uso de materiais manipuláveis

Erica Cristina da Silva Andrade<sup>1</sup>

Universidade Federal do Norte do Tocantins - UFNT

Rogério dos Santos Carneiro<sup>2</sup>

Universidade Federal do Norte do Tocantins - UFNT

Raylson dos Santos Carneiro<sup>3</sup>

Universidade Federal do Tocantins - UFT

### RESUMO

Os jogos e materiais didáticos têm se tornado importantes instrumentos didáticos no ensino em todos os níveis, podendo ser associados a conceitos de diversas áreas, incluindo a Matemática. Este trabalho tem como problemática: quais as premissas necessárias para a elaboração e utilização de uma sequência didática, com o uso de jogos, para o ensino e aprendizagem de probabilidade no Ensino Médio? Para elucidar essa questão, utilizou-se uma pesquisa bibliográfica na constituição de uma evolução histórica do objeto matemático probabilidade e investigar o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática. A sequência didática resultante utiliza o jogo denominado *Roleta das Probabilidades*, que é destinado ao ensino de conceitos como espaço amostral, evento certo, evento impossível, evento complementar, união e intersecção de eventos, além de cálculo de probabilidade. O material produzido neste trabalho pode ser aplicado nos demais conteúdos de probabilidade, visto que o jogo produzido pode ser facilmente readequado até mesmo para outros conteúdos da Matemática.

**Palavras-chave:** História da probabilidade; Jogos e materiais manipuláveis; Sequência didática; Ensino de probabilidade.

### TEACHING PROBABILITY: A didactic proposal using manipulative materials

### ABSTRACT

Games and teaching materials have become important teaching tools in teaching at all levels, and can be associated with concepts from different areas, including Mathematics. This work has the following problem: what are the necessary premises for the elaboration and use of a didactic sequence, using games, for teaching and learning probability in high school? To elucidate this issue, bibliographical research was used to establish a historical evolution of the mathematical object probability and investigate the use of games and manipulative materials in teaching Mathematics. The resulting didactic sequence uses the game called Probability Roulette, which is

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática, Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT). Endereço para correspondência: Avenida Paraguai, eq. Rua Uxiramas s/n, Setor Cimba, Centro de Ciências Integradas (CCI/Cimba), Araguaína, TO – Brasil, CEP: 77827-050. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-0923-3837>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8246422416274084>. E-mail: [cristina.eric@mail.uft.edu.br](mailto:cristina.eric@mail.uft.edu.br).

<sup>2</sup> Doutor em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT/REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), Araguaína, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Paraguai, eq. Rua Uxiramas s/n, Setor Cimba, Centro de Ciências Integradas (CCI/Cimba), Araguaína, Tocantins, Brasil. CEP: 77827-050. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5387-0435>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6059313467968676>. E-mail: [rogerioscarneiro@gmail.com](mailto:rogerioscarneiro@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutorando em Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia (PGEDA/EDUCANORTE), Universidade Federal do Tocantins (UFT); Mestre em Matemática, Universidade Federal do Tocantins (UFT). Professor Assistente na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Gurupi, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Chácara 69-72 Rua Badejos, Lote 7 s/n, Jardim Sevilha, Gurupi, Tocantins, Brasil, CEP: 77410-530. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4571-5822>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0068717383114364>. E-mail: [raylson@mail.uft.edu.br](mailto:raylson@mail.uft.edu.br).

designed to teach concepts such as sample space, certain event, impossible event, complementary event, union and intersection of events, in addition to probability calculation. The material produced in this work can be applied to other probability contents, as the game produced can be easily readapted even for other Mathematics contents.

**Keywords:** History of probability; Games and manipulative materials; Following teaching; Teaching probability.

## **ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD: Una propuesta didáctica utilizando materiales manipulativos.**

### **RESUMEN**

Los juegos y materiales didácticos se han convertido en importantes herramientas didácticas en la enseñanza de todos los niveles, y pueden asociarse a conceptos de diferentes áreas, incluida la Matemática. Este trabajo tiene el siguiente problema: ¿cuáles son las premisas necesarias para la elaboración y utilización de una secuencia didáctica, utilizando juegos, para la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en la escuela secundaria? Para dilucidar esta cuestión, se utilizó una investigación bibliográfica para establecer una evolución histórica de la probabilidad del objeto matemático e investigar el uso de juegos y materiales manipulativos en la enseñanza de las Matemáticas. La secuencia didáctica resultante utiliza el juego denominado Ruleta de Probabilidad, el cual está diseñado para enseñar conceptos como espacio muestral, evento cierto, evento imposible, evento complementario, unión e intersección de eventos, además del cálculo de probabilidades. El material producido en este trabajo puede aplicarse a otros contenidos de probabilidad, ya que el juego producido puede readaptarse fácilmente incluso a otros contenidos de Matemáticas.

**Palabras clave:** Historia de la Probabilidad; Juegos y materiales manipulativos; Después de la enseñanza; Probabilidad de enseñanza.

### **INTRODUÇÃO**

A probabilidade foi incluída como um ramo da Matemática por volta do século XV, ainda que seus conhecimentos fossem utilizados de forma empírica muito antes (LOPES; MEIRELLES, 2005). Suas origens são datadas de 3000 a.C., quando alguns de seus conceitos eram utilizados em um antigo jogo de dados chamado Tali<sup>4</sup>. Segundo Viali (2008), as primeiras manifestações probabilísticas deram-se por meio de jogos de dados, mais especificamente, o Tali, para o qual utilizavam o astrágalo, o ancestral do dado moderno.

Desde seu princípio, observa-se que a probabilidade sempre esteve relacionada a jogos de azar, possibilidade de perda ou ganho. De acordo com Viali (2008, p. 145): “a Teoria das Probabilidades, como disciplina matemática, originou-se das tentativas de quantificação dos riscos associados a sinistros (naufrágios, acidentes, morte, etc.) e da quantificação das possibilidades de se ganhar em jogos de azar”.

Ao passar dos séculos, a probabilidade foi se desenvolvendo e, atualmente, sua aplicação pode ser encontrada em várias áreas como Biologia, Meteorologia, Geografia. Na Matemática, seus conceitos aparecem, muitas vezes, aplicados em lançamentos de dados,

---

<sup>4</sup> Tali ou jogo de ossos era o que hoje chamamos de jogo de dados. Utilizava-se astrágalo, que era um osso de um animal (provavelmente carneiro), semelhante a um tetraedro irregular, ou seja, as suas quatro faces não eram idênticas e nem mostravam a mesma frequência de ocorrência (VIALI, 2008, p. 144).

moedas, retiradas de bolas em urnas, dentre outras, sendo possível a utilização de materiais manipuláveis e jogos para evidenciar, por exemplo, os conceitos de eventos certos, eventos prováveis e eventos impossíveis. Ao recorrer ao uso desses materiais, o professor procura, por meio dessa ação, influenciar uma curiosidade nos alunos e ainda diversificar a aula de modo que eles aprendam divertindo-se.

Compreendemos que se insere no conceito de material didático (MD) todo e qualquer objeto educacional com potencialidade para auxiliar a aprendizagem, dessa forma, os materiais usados nas próprias aulas, como quadro, giz, pincel, apagador, livro didático etc. são caracterizados como materiais didáticos. Por essa razão, utilizaremos a expressão materiais manipuláveis, para nos referirmos aos objetos que podem diversificar e motivar os alunos a aprendizagem dos conceitos da Probabilidade, sendo que alguns exemplos desses materiais são: jogos, dados, roletas de bingo, baralhos, moedas e qualquer objeto que o professor julgar ser adequado, e que se possa estabelecer uma relação com o conteúdo matemático que está sendo estudado.

O material proposto neste trabalho pode ser aplicado em sala de aula, sem a necessidade de a unidade escolar possuir um local específico para a sua utilização, como um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), pois muitas escolas podem não dispor de um local como este. O LEM é um aliado tanto ao professor quanto a escola, uma vez que ele visa facilitar o contato dos alunos com materiais manipuláveis, jogos didáticos, entre outros, além de ser um espaço desenvolvido para o aprendizado de Matemática.

Observa-se que, no dia a dia escolar, são raros os momentos em que um professor recorre ao uso de materiais didáticos manipuláveis. Entretanto, há aqueles, além dos materiais manipuláveis, que também recorrem ao uso de jogos didáticos objetivando um melhor aprendizado do conteúdo, o que se faz em consonância com Fiorentini e Miorim (1990), os quais defendem que o material didático não deve ser o centro do processo e sim os alunos, e que o ensino seria baseado em atividades com a utilização de jogos e materiais manipuláveis.

O questionamento que norteou esta pesquisa é: quais são as premissas necessárias para a elaboração e utilização de uma sequência didática, com o uso de jogos, para o ensino e aprendizagem de probabilidade no Ensino Médio? Para elucidar essa questão, utilizou-se uma pesquisa bibliográfica na constituição de uma evolução histórica do objeto matemático probabilidade e investigação do uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática, e em seguida, elaborou-se uma sequência didática que possibilite o desenvolvimento das noções de probabilidade.

Já o objetivo desta pesquisa é viabilizar o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade no Ensino Médio, por meio da formulação de uma sequência didática com a utilização do material manipulável denominado *Roleta das Probabilidades*. Espera-se que os alunos utilizem seus conhecimentos de probabilidade no momento da sequência, além de realizarem experimentos com a ajuda do material produzido para a resolução e construção de problemas.

## **PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES**

Segundo Viali (2008, p. 143, grifos do autor), “a probabilidade é o ramo da matemática que pretende modelar fenômenos não determinísticos, isto é, aqueles fenômenos em que o ‘acaso’ representa um papel preponderante”. Muito antes de ser incorporada à Matemática, a probabilidade era considerada uma ciência empírica e seus fenômenos e resultados estavam sempre relacionados ao acaso, o qual pode ser definido como “[...] um conjunto de forças, em geral, não determinadas e controladas, que exercem individualmente ou coletivamente um papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno” (VIALI, 2008, p. 144).

Por exemplo, ao lançar uma moeda, embora ela tenha apenas duas faces, não podemos garantir se o resultado será “cara” ou “coroa”. Isso ocorre porque, em dois lançamentos sucessivos da mesma moeda, existe a possibilidade de obtermos resultados iguais ou diferentes.

O mesmo princípio se aplica ao lançamento de um dado, já que não é possível prever com exatidão quais serão os resultados obtidos. Esses são exemplos em que o “acaso” desempenha um papel significativo. Podemos relacioná-lo a outros eventos, como o sorteio de uma bola em uma urna, a vida útil de determinados aparelhos eletrônicos, previsões meteorológicas, entre outros. Essa aleatoriedade está presente tanto em fenômenos climáticos quanto em acontecimentos do cotidiano das pessoas, e também em jogos de azar.

Nesta seção, serão apresentadas algumas definições e propriedades da Teoria da Probabilidade, em particular, aquelas que se encontram relacionadas com o Ensino Médio. Vale ressaltar que os conteúdos abordados são frequentemente vistos em turmas de 2º ano do Ensino Médio. Ao introduzir esse conteúdo, o professor pode realizar uma conversa com a turma sobre acontecimentos do cotidiano, permitindo que os alunos observem a existência de dois tipos de experimentos: os determinísticos e os aleatórios.

Segundo Dante (2016), um experimento determinístico é aquele que regularmente fornece o mesmo resultado, se repetido nas mesmas condições, por exemplo, o tempo que um dado leva para atingir o chão se jogado de uma altura fixa. Já o experimento aleatório é aquele que, mesmo sendo repetido nas mesmas condições, não apresenta o mesmo resultado, por exemplo, o lançamento de um dado, de uma moeda ou a retirada de uma carta qualquer em um baralho.

A probabilidade faz o estudo especificamente deste último. Já que não se pode determinar um único resultado para esses experimentos, mas, por meio dela, pode-se determinar com que frequência esses resultados ocorrem. Assim sendo, para a construção da sequência didática, é necessário que os alunos já tenham conhecimentos de algumas definições, que serão expostas a seguir, as quais se fundamentam em estudos de Dante (2016).

**Definição 1:** Espaço amostral: em um experimento (ou fenômeno) aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado espaço amostral ( $\Omega$ ). Por exemplo, no lançamento de uma moeda, podemos ter como resultado cara (c) ou coroa (k), assim  $\Omega = \{c, k\}$ .

**Definição 2:** Evento (A, B, C, ...): é qualquer subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório. Por exemplo, a possibilidade de “ocorrer número ímpar no lançamento de um dado”, o espaço amostral para o lançamento é dado como  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e como evento A: “ocorrer número ímpar no lançamento de um dado”  $\rightarrow A = \{1, 3, 5\}$ .

**Definição 3:** Quando um evento coincide com o espaço amostral, ele é chamado evento certo. Por outro lado, quando um evento é vazio, é chamado evento impossível. Por exemplo, ao considerarmos o experimento de “lançar um dado e registrar o resultado”, se definirmos o evento A como “ocorrência de um número menor que 7”  $\rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , concluímos que  $A = \Omega$ , ou seja, o evento A é um evento certo. Já se definirmos o evento B como “ocorrência de número par maior que 6”  $\rightarrow B = \emptyset$ , então B um evento impossível.

**Definição 4:** Considerando ainda o experimento anterior e os eventos C: “ocorrência de número par”  $\rightarrow C = \{2, 4, 6\}$ ; D: “ocorrência de múltiplo de 3”  $\rightarrow D = \{3, 6\}$ ; E: “ocorrência de número ímpar”  $\rightarrow E = \{1, 3, 5\}$ ; podemos definir: o evento F: “ocorrência de número par ou múltiplo de 3”  $\rightarrow F = C \cup D = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 6\} = \{2, 3, 4, 6\}$  o evento G: “ocorrência de número par e múltiplo de 3”  $\rightarrow G = C \cap D = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 6\} = \{6\}$  (intersecção de eventos). Observe que os eventos C e E são chamados eventos complementares, pois  $C \cup E = \Omega$ . Quando a intersecção de dois conjuntos é o conjunto vazio, eles são chamados de eventos mutuamente exclusivos, por exemplo  $C \cap E = \emptyset$ .

**Definição 5:** Cálculo de probabilidades: Em um fenômeno (ou experimento) aleatório, com espaço amostral finito, consideramos que todo evento elementar tem a mesma “chance” de ocorrer. A probabilidade de ocorrer um evento  $A$ , indicada por  $p(A)$ , é um número que mede essa chance de acontecer, é dado por:  $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$  onde  $n(A)$  representa os números de elementos de  $A$  e  $n(\Omega)$  o número de elementos de  $\Omega$ . Para esses casos, os eventos elementares são chamados de eventos equiprováveis.

**Definição 6:** Um evento  $A$  é um evento impossível e não há possibilidade de que ele venha a ocorrer quando  $p(A) = 0$  e um evento certo é aquele em que há certeza de que ele ocorre quando  $p(A) = 1$ . Essas definições são válidas pela desigualdade:  $0 \leq p(A) \leq 1$ .

**Definição 7:** Definindo teoricamente probabilidade como uma função que associa a cada evento  $A$  um número  $p(A)$ , satisfazendo as seguintes propriedades. 1ª)  $P_1$ :  $p(A) \geq 0$ , para qualquer  $A \subset \Omega$ ; 2ª)  $P_2$ :  $p(\Omega) = 1$ ; 3ª)  $P_3$ :  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ , quando  $A \cap B = \emptyset$  (eventos mutuamente exclusivos).

Como consequências da definição teórica de probabilidade, tem-se as seguintes propriedades:

**1ª propriedade:** Impossibilidade ou  $p(\emptyset) = 0$ : Como um evento qualquer  $A$  (sendo  $A$  subconjunto de  $\Omega$ ) pode ser escrito como  $A \cup \emptyset$  e como  $A \cap \emptyset = \emptyset$ , podemos aplicar a propriedade  $P_3$  e temos:

$$p(A) = p(A \cup \emptyset) = p(A) + p(\emptyset) \Rightarrow p(\emptyset) = 0$$

**2ª propriedade:** Probabilidade do evento complementar: Sendo  $\bar{A}$  a notação para “complementar de  $A$ ”, temos:

$$A \cup \bar{A} = \Omega \text{ e } A \cap \bar{A} = \emptyset$$

Logo:

$$p(\Omega) = p(A \cup \bar{A})$$

Aplicando  $P_2$  e  $P_3$ , temos:

$$1 = p(A) + p(\bar{A}) \text{ ou, equivalente, } p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

**3ª propriedade:** Probabilidade da união de dois eventos: A partir do número de elementos da união de dois conjuntos, admitiremos que:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \rightarrow \text{probabilidade da união de dois eventos quaisquer}$$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B), \text{ quando } A \cap B = \emptyset$$

**Definição 8:** Probabilidade condicional: Dados dois eventos A e B, com  $p(B) > 0$ , a probabilidade condicional de ocorrer A, já tendo ocorrido B, é um número dado por:  $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$ .

**Definição 9:** Eventos independentes: Dois eventos A e B de um espaço amostral  $\Omega$  (com  $p(A) \neq 0$  e  $p(B) \neq 0$ ) são independentes se, e somente se,  $p(A/B) = p(A)$ , ou, de modo equivalente:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

Com isso, podemos afirmar que dois eventos A e B são dependentes quando  $p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B)$ .

Observando a evolução histórica da probabilidade, juntamente como a forma em que esses conceitos são apresentados e estudados nos livros didáticos, percebe-se a importância de propiciar o estudo desse conteúdo por meio do uso de jogos e materiais manipuláveis em sala de aula, pois estes podem facilitar o processo de aprendizagem do aluno, que tende a deixar de ver a probabilidade como algo abstrato, passando a perceber sua presença nos eventos do seu dia a dia.

## JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

No ensino de Matemática, os professores podem enfrentar desafios ao abordar diversos conteúdos com os alunos. Em algumas situações, quando a Matemática é ensinada de maneira mecânica, desprovida de contexto e exemplos distantes da realidade dos alunos, isso pode resultar na percepção de que a disciplina é fechada, homogênea e abstrata, o que dificulta o processo de aprendizagem.

Embora a Matemática seja uma disciplina crucial na estrutura curricular, é frequente uma conotação negativa associada a ela, o que impacta os alunos (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). A forma como a disciplina é apresentada pode influenciar significativamente os resultados, podendo vir a contribuir para o aumento do índice de reprovação, e mesmo aqueles que são aprovados podem enfrentar dificuldades na aplicação dos conhecimentos que supostamente foram adquiridos.

Aprender Matemática não é tarefa fácil, e o mesmo se aplica ao ensino dessa disciplina. Durante muitos anos, os alunos foram ensinados a realizar cálculos por meio de métodos padronizados. No entanto, com o avanço da tecnologia, cálculos matemáticos que antes preenchem uma lauda inteira podem ser realizados com apenas alguns cliques em uma

calculadora ou através de softwares. Conforme apontam Santos, França e Santos (2007, p. 13), atualmente, “[...] a sociedade espera do professor outras competências que possibilitem a formação de crianças autônomas, capazes de ler diferentes formas de representação e de elaborar ideias para novos problemas, além das atividades desenvolvidas em sala de aula”.

À medida que o mundo atualiza-se à nossa volta, vê-se uma cobrança com os professores para que seus métodos de ensino se “atualizem” também, entretanto para os docentes, muitas vezes, esse processo não é trivial. Podemos associar alguns fatores que influenciam nas dificuldades enfrentadas pelos professores: como a falta de uma formação profissional qualificada, as péssimas condições de trabalho, as precárias políticas educacionais em nosso país, a grande quantidade de conteúdo que devem ser ministrados e o curto espaço de tempo que lhes é dado para isso, entre outras. Esses fatores não só dificultam o ensino, como também a aprendizagem por parte dos alunos.

Durante o último século, nota-se por parte de alguns educadores um destaque à importância do apoio visual e visual-tático na aprendizagem. No Brasil, historicamente, destacam-se nomes como Júlio César de Mello e Souza, Malba Tahan e Manoel Jairo Bezerra que contribuíram para o uso de materiais didáticos como apoio nas aulas de Matemática (LORENZATO, 2006).

Além disso, tem sido evidente uma crescente preocupação, tanto por parte dos professores quanto das instituições de ensino, em relação aos métodos de ensino utilizados em sala de aula. Professores têm buscado diversificar suas abordagens, afastando-se dos métodos tradicionais, caracterizados por aulas expositivas e repetições de exercícios. Eles buscam variar o ensino sem comprometer a qualidade da aprendizagem, muitas vezes recorrendo ao uso de materiais manipuláveis como estratégia para envolver os alunos e despertar o interesse pelo conteúdo ministrado.

Como um auxílio ao professor, neste momento, Lorenzato (2006), chama a atenção para a importância de se ter um espaço específico tanto para esses momentos quanto para as aulas de Matemática:

Nossa sociedade pressupõe e, até mesmo, exige que muitos profissionais tenham seus locais apropriados para desempenharem o trabalho. [...] E por que local apropriado para trabalhar? Porque o bom desempenho de todo profissional depende também dos ambientes e dos instrumentos disponíveis. Em muitas profissões, a prática difere pouco do planejamento; não é o caso do magistério, devido à criatividade dos alunos, que torna o LEM simplesmente indispensável à escola. (LORENZATO, 2006, p. 05)



Dessa forma, o LEM deve compor, em uma escola, um dos espaços que possuem uma função específica, não o limitando a um local onde são guardados os materiais didáticos, como livros, materiais manipuláveis, jogos etc., a fim de torná-los mais acessíveis para as aulas, afinal essa seria a definição de um arquivo ou depósito. Diferentemente, o LEM consiste num local da escola reservado preferencialmente não só para as aulas regulares de Matemática, como também um espaço onde os alunos possam tirar suas dúvidas, onde há uma aprendizagem colaborativa, um compartilhamento de conhecimentos, em que os professores sejam capazes de planejar suas aulas e atividades a serem realizadas nelas.

[...] o LEM é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensamento matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2006, p. 07)

O autor ainda ressalta a importância de uma ação conjunta dos professores, administração da escola e alunos, salientando que a participação destes últimos na construção do LEM é muito importante para o processo educacional. Além do ato de utilizar um material manipulável, é perceptível que a participação na sua construção, traz contribuições no aprendizado do aluno, pois, no momento de construção de um poliedro, por exemplo, os alunos podem observar atentamente o objeto e entender mais de suas características e propriedades.

Lorenzato (2006) destaca que a construção de um LEM não se dá instantaneamente, mas sim por meio de um processo contínuo de elaboração de materiais e busca por métodos variados de investigação científica. Além disso, enfatiza que não há um momento conclusivo para a sua construção, assim como não existe um modelo único. O autor ressalta a importância de considerar para quem o LEM é direcionado. Por exemplo, o LEM de uma escola de Ensino Fundamental, difere do LEM destinado aos alunos do Ensino Médio, embora tenham a mesma finalidade, os materiais didáticos de cada um têm objetivos e propósitos distintos.

Apesar dessa diferença e de seu processo de construção não ser algo simples, Lorenzato (2006) destaca alguns materiais, considerados básicos por ele, para ter nesse espaço, são eles: livros didáticos, paradidáticos e sobre temas matemáticos, artigos de jornais ou revistas, registros de episódios da história da Matemática, ilusões de ótica, falácias, sofismas e paradoxos, jogos, quebra-cabeças, figuras geométricas, sólidos geométricos, moldes estáticos ou dinâmicos, quadros, murais ou pôsteres, materiais didáticos industrializados e produzidos pelos alunos e professores, régua, compasso, calculadoras, computadores, colas, tesouras e demais materiais e instrumentos necessários à produção de materiais didáticos.

Lorenzato (2006, p. 07) ressalta que, “para muitos professores, todas as salas de aula e todas as suas aulas devem ser um laboratório onde se dão as aprendizagens da matemática”. Mesmo assim, compreendemos que o professor deve encontrar motivos para construir um LEM, mesmo com todas as objeções que encontrará, desde a falta de espaço na unidade escolar, como a falta de recursos. Mas a constituição física do laboratório, poderá ser possível com o conhecimento teórico sobre as possibilidades de ensino e aprendizagem a serem desenvolvidos nesse espaço, além do apoio dos demais professores, alunos e da equipe diretiva da escola.

No contexto educacional, percebe-se que os jogos e brincadeiras educativas vêm tomando cada vez mais espaço nas salas de aula como apoio aos professores, tornando, assim, as aulas mais agradáveis sem perder o foco da aprendizagem. Segundo Kishimoto (2008, p. 37), “o jogo é um instrumento pedagógico muito significativo [...] é uma atividade livre, alegre, que engloba uma significação. É de grande valor social, oferecendo inúmeras possibilidades educacionais”. Dessa forma, esses jogos são vistos, no ambiente escolar, como uma estratégia para o ensino e para a aprendizagem, sendo considerados um veículo importante para o desenvolvimento social, emocional e intelectual dos alunos.

Assim sendo, o jogo passa a ter um caráter de material de ensino quando provoca aprendizagem, sendo que o aluno aprende ao mesmo tempo a estrutura lógica da brincadeira e a estrutura matemática presente no jogo.

O jogo será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas, possibilitando ao aluno a oportunidade de criar planos de ação para alcançar determinados objetivos, executar jogadas de acordo com este plano e avaliar sua eficácia nos resultados obtidos. (CABRAL, 2006, p. 15)

Nessas concepções, saímos da visão do jogo como puro material instrucional incorporado ao ensino para algo mais lúdico, que propicia o tratamento dos aspectos afetivos que caracterizam o ensino e a aprendizagem como uma atividade. Como exemplo de materiais que podem ser enquadrados nessas características, temos os quebra-cabeças, quadro mágicos, o geoplanos, materiais dourados, ábacos, sólidos geométricos, entre outros. Ressaltamos que:

Se brinquedos são sempre suportes de brincadeiras, sua utilização deveria criar momentos lúdicos de livre exploração, nos quais prevalece a incerteza do ato e não se buscam resultados. Porém, se os mesmos objetos servem como auxiliar da ação docente, buscam-se resultados em relação a aprendizagem de conceitos e noções, ou mesmo, ao desenvolvimento de algumas habilidades. Nesse caso, o objeto conhecido como brinquedo não realiza sua função lúdica, deixa de ser brinquedo para tornar-se material pedagógico (KISHIMOTO, 2008, p.14).

Dessa maneira, vemos uma diferenciação entre brinquedo e material pedagógico, que é fundamentada na natureza da ação educativa. Para saber se um jogo é educativo ou não, o professor deve assumir um papel de organizador de ensino, isto é, organizar situações que possibilitem ao aluno ter consciência dos conceitos que pretende trabalhar com o desenvolver das atividades.

O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que aos poucos será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos. (CABRAL, 2006, p. 18)

Dessa forma, a Matemática deve buscar, nos jogos, a ludicidade das soluções construídas para cada situação problema do dia a dia. Assim, pode-se obter uma abordagem didática diferenciada no ensino de Matemática, pois o professor, além de estabelecer uma relação menos autoritária, também consegue fazer com que os alunos dediquem-se mais às atividades durante o desenvolvimento da aprendizagem.

O uso de jogos e materiais didáticos visa também combater as “velhas” práticas educacionais tradicionais no ensino de Matemática, pois o que vem sendo decorado pelo aluno, como fórmulas, conceitos, regras e outros, pode ser assimilado durante a realização dessas atividades pedagógicas. Contudo, é necessário tomar cuidado para que essas atividades não se tornem meros momentos de lazer, visto que a finalidade delas é de induzirem os alunos a pensarem de forma mais clara, desenvolvendo seu raciocínio lógico e criatividade. Segundo Rosário (2013), é preciso que o professor saiba induzir os alunos a um ambiente de aprendizagem, que pode ser caracterizado pela proposição, investigação e exploração de situações problemas diferentes.

Dessa forma, os jogos e materiais concretos são destinados a chamar a atenção do aluno para a aprendizagem da Matemática, sendo capazes ainda de incentivar a motivação e os estímulos de cada um deles. Na concepção de Rêgo e Rêgo (2006, p. 43),

[...] o material concreto tem fundamental importância pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam suas concepções sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de idéias e modelos.

Desse modo, no momento em que o professor estiver em sala utilizando materiais concretos com os alunos, eles poderão ser estimulados a apresentarem suas dúvidas sobre os conceitos matemáticos, além de utilizar seus conhecimentos prévios durante a aula. O conteúdo não será visto como “mais uma fórmula a ser decorada”, mas como algo que eles utilizam em

momentos de diversão, sem terem o conhecimento de que o estão fazendo. Gavanski e Lima (2010) ressaltam que alguns materiais concretos como botões, tampas, palitos e outros, podem ser úteis na evidenciação de relações que estão em nível de abstração elevado ainda para crianças, às vezes, mais que materiais como Geoplanos, Tangram, material dourado e afins, os quais apresentam ideias matemáticas já definidas na sua utilização.

Gavanski e Lima (2010, p. 106, grifo dos autores) enfatizam ainda que “as noções matemáticas ‘jamais se encontram nos materiais’, mas se formam na mente da criança com o auxílio da ação mediadora do professor”. Sobre isso, Cabral (2006, p. 22) salienta que “é necessário que o professor questione o aluno sobre suas jogadas e estratégias, para que o jogar se torne um ambiente de aprendizagem e criação conceitual, e não apenas de reprodução mecânica do conceito”. Durante esse processo, o aluno dispõe-se à elaboração de processos de análise de possibilidades e tomadas de decisões. O aluno é instigado a criar processos para jogar e resolver problemas que podem, e irão surgir durante o jogo, criando, assim, novas estratégias e pensamentos.

Um outro aspecto importante, que é próprio do jogo e é destacado por Cabral (2006), é o seu caráter social, que possibilita que os alunos exponham suas ideias e estratégias, analisem as dos seus colegas e reflitam sobre cada jogada feita por eles e por seus adversários. O autor destaca ainda que, para que um jogo, ou até mesmo um material didático, possa atingir sua plenitude e realmente ser considerado um objeto útil no processo de ensino, é necessário analisar determinados aspectos, que são:

Ser interessante e desafiador: O professor deve propor alguma coisa interessante para os alunos resolverem, levando sempre em conta o estágio de desenvolvimento em que o aluno se encontra. [...] O professor também deve buscar adaptar um jogo para torná-lo mais desafiador. Permitir que o aluno avalie seu desempenho: Quando um aluno tenta obter um resultado, está naturalmente interessado no sucesso de sua ação. Neste caso, é necessário que o resultado seja claro, permitindo ao aluno avaliar seu sucesso, percebendo, sem dúvida, onde errou, estabelecendo as consequentes relações entre as várias ações realizadas e reações, contribuindo, assim, para a construção da autonomia. Favorecer a participação ativa de todos os jogadores durante o jogo: O professor deve estar atento à reação e a participação contínua e a capacidade de envolvimento dos alunos, seja observando, agindo ou pensando. Caso seja necessário, o professor pode fazer alterações no grupo ou mesmo tirar ou incluir regra, a fim de possibilitar este movimento. (CABRAL, 2006, p. 23-24)

Ao introduzir um jogo ou um material didático, o professor deve estabelecer e deixar claro os objetivos para os alunos. Além disso, deve verificar a adequação da metodologia à turma em que pretende trabalhar, bem como o jogo ou material didático deve representar uma atividade desafiadora aos alunos, para, assim, desencadear o processo de aprendizagem.

As técnicas e raciocínios probabilísticos enfatizados recebem uma atenção e especificação maior na BNCC. Nela, os diferentes campos da Matemática são integrados de uma forma mais consistente, definidos num conjunto de pares de ideias, sendo estes: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações. No que concerne à probabilidade, temos o par certeza e incerteza, sendo que:

Certeza e incerteza é um par normalmente associado, na matemática escolar, ao estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e inferências estatísticas e a argumentações e demonstrações algébricas ou geométricas. Mas ela engloba muitas outras ideias. [...] Como certeza e incerteza são inerentes à elaboração de conjecturas e predições, podemos considerar que a visualização, a antevisão, a previsão e a antecipação são inseparáveis desse par de ideias e estão associadas às práticas de expressar e comunicar ideias e estratégias matemáticas, validando-as por meio de sugestões. [...] Certeza e incerteza são inerentes, ainda, a variadas formas de comunicação social, que empregam elementos de estatística e suas representações, além dos problemas de contagem e de formas intuitivas de expressão de probabilidades. (BRASIL, 2018, p. 518)

Portanto, não será suficiente que o aluno apenas calcule medidas probabilísticas, pois ele deve ser capaz de interpretar e avaliar situações propostas. Desse modo, com o apoio do jogo produzido, denominado *Roleta das Probabilidades*, propõe-se uma sequência didática que melhor se adequa as competências e habilidades previstas na BNCC.

## **PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO**

A utilização das sequências didáticas possibilita uma melhor organização do conteúdo, tornando mais fluído o processo de ensino e aprendizagem do aluno. A decisão de empregar ou não uma sequência didática deve ser feita de maneira planejada, antecipadamente, no processo de estudo do conteúdo a ser ministrado. Cabral (2017, p. 34) divide esse processo em quatro etapas:

[...] o professor faz em primeiro lugar uma investigação interna, ou seja, olhando para relações conceituais do objeto em termos de conteúdos disciplinares. [...] Em segundo lugar, o professor deve se apropriar de estudos já desenvolvidos sobre o objeto de ensino em foco. [...] Em terceiro lugar, o professor precisa, por um lado, sistematizar uma caracterização do objeto de ensino a partir tanto do olhar disciplinar e, por outro lado, o objeto de ensino precisa ser percebido como objeto investigado com resultados apontados no que diz respeito às possibilidades de aprendizagem. E, por fim, o professor deve materializar o que elegeu como insanável. Objetivar suas ações de ensino a partir de um percurso metodológico definido e explícito.

Esse processo requer do professor tanto habilidades de planejamento e organização de informações quanto uma capacidade de produção de texto escrito. Especificamente, trata-se da

elaboração do plano de aula, o qual servirá como guia para conduzir as atividades de aprendizagem dos alunos.

Zabala (1998, p. 18) define as sequências didáticas como “[...] um conjunto de atividades estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Em consonância, Cabral (2017, p. 31) defende que o uso de sequências didáticas “possibilita ao professor organizar as atividades de ensino em função dos núcleos temáticos e dos procedimentos estruturais”.

A sequência a seguir, foi produzida de forma a ser utilizada pelo professor ainda na introdução das aulas acerca dos conteúdos de probabilidade, como o intuito de os alunos aplicarem seus conhecimentos.

## Sequência Didática

Bloco Matemático: Probabilidade

Conteúdos: Espaço amostral e evento; Eventos certo, impossível e mutuamente exclusivos e cálculo de probabilidades

Ano de Ensino: 2º ano do Ensino Médio

Objetivo Geral: Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (Habilidade *EMI3MAT312* da BNCC).

Objetivos Específicos: Estimular a reutilização de materiais recicláveis; Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de jogos no estudo dos conceitos de probabilidade; Interpretar a linguagem matemática que está relacionada aos conceitos de espaço amostral, eventos e cálculo de probabilidade; Identificar os procedimentos matemáticos necessários para a resolução de problemas.

### Quadro 1: Primeiro Momento

1ª MOMENTO: Construção e estudo do material
<b>Atividade 1:</b> Confeccionar a <i>Roleta da Probabilidade</i>
<b>Objetivos:</b> Construção/Montagem do material didático <i>Roleta da Probabilidade</i>
<b>Atividade 2:</b> Estudo do material
<b>Objetivos:</b> Analisar o material confeccionado e aplicar os conceitos probabilísticos relacionados a espaço amostral e eventos.
<b>Problema 1:</b> Descreva o espaço amostral da <i>Roleta da Probabilidade</i> .

**Problema 2:** Sabendo que a roleta foi girada três vezes, determine os eventos: A: “parar ao menos 2 vezes na cor azul” e B: “parar uma vez na cor vermelha”.

**Problema 3:** Sejam os eventos: A: “Ocorrência de um número par” e B: “Ocorrência de um número ímpar”. Determine-os.

**Problema 4:** O que acontece quando eu junto os eventos A e B do problema 3?

**Fonte:** Autoria própria

#### Quadro 2: Segundo Momento

<b>2ª MOMENTO:</b> União e Interseção de eventos na Roleta da Probabilidade
<b>Atividade 1:</b> União e Interseção de eventos <b>Objetivos:</b> Aplicar conceitos de união e interseção de eventos na resolução de problemas. <b>Problema 1:</b> Seja $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ , $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $C = \{3, 6, 9\}$ . Determine $A \cup B$ , $A \cap B$ , $B \cap C$ e $A \cap C$ . <b>Problema 2:</b> Explique porque $A \cap B = \emptyset$ .
<b>Atividade 2:</b> Cálculo de probabilidade <b>Objetivos:</b> Aplicar o cálculo de probabilidades na resolução de problemas <b>Problema 1:</b> Considerando que a roleta foi girada 2 vezes, qual a probabilidade de se obter a cor verde no segundo giro, sabendo que já se obteve vermelho no primeiro resultado. <b>Problema 2:</b> Três giros foram feitos na roleta. Qual a probabilidade de sair a soma 15, sabendo que ocorreu 3 no primeiro giro e 5, no segundo giro?

**Fonte:** Autoria Própria

#### Quadro 3: Terceiro Momento

<b>3ª MOMENTO:</b> Elaborando problemas
<b>Atividade 1:</b> Elaboração de problemas. <b>Objetivos:</b> Desenvolver a capacidade de elaborar e resolver problemas que envolvam os conceitos vistos anteriormente por eles. Tarefa 1: O professor deve desafiar os alunos a desenvolverem um problema matemático a partir dos conteúdos estudados previamente. O professor pode auxiliar os alunos na elaboração dos problemas.

**Fonte:** Autoria própria

## Detalhamento e Orientações Pedagógicas para a Aplicação da Sequência Didática

Antes de iniciar a aplicação dessa proposta, é necessário que o professor converse com seus alunos sobre a matéria-prima necessária para a construção do material didático. O professor já deve ter uma breve ideia, com base na quantidade de alunos que participarão da proposta, sobre quantas *Roleta da Probabilidade* serão necessárias para serem construídas, ou seja, cada grupo construirá sua roleta, de modo que tenha até quatro alunos. Dessa forma,

observa-se que cada grupo precisará de: 11 tampas<sup>5</sup>; Papelão ou Papel Panamá; Cartolina ou EVA (em três cores diferentes); Pistola e bastão de cola quente; Palitos de churrasco; Tesoura, Cola branca, estilete.

No primeiro momento, temos a construção do material, esse momento deve ser realizado juntamente com os alunos. Essa construção inicia-se no recorte da base da roleta, cada uma terá uma base de  $50 \times 50$  centímetros com um furo no meio, por esse furo passará o palito de churrasco que será usado como apoio para que a tampa gire. Assim, o professor fará um furo em uma das tampas, de modo que, ao encaixá-la no palito de churrasco, ela gire livremente.

Na parte de baixo do papelão, sugere-se que o palito seja colado com o uso de cola quente, fazendo com que ele esteja mais firme no momento em que se girar a tampa. O professor pode ainda substituir por um *fidjet spinner*, conforme ilustrado pela Figura 1. As tampas devem ser cobertas com cartolina de cores diferenciadas, assim conclui-se o processo de montagem da roleta.

**Figura 1** - Roleta da Probabilidade



Fonte: Autoria própria

Após essa construção da roleta, o professor deverá trabalhar a *Atividade 2* do primeiro momento.

**Problema 1:** Descreva o espaço amostral da Roleta da Probabilidade.

**Problema 2:** Sabendo que a roleta foi girada três vezes, determine os eventos: A: “parar ao menos 2 vezes na cor azul” e B: “parar uma vez na cor vermelha”.

**Problema 3:** Seja os eventos: A: “Ocorrência de um número par” e B: “Ocorrência de um número ímpar”. Determine-os.

**Problema 4:** O que acontece quando eu junto os eventos A e B do problema 3?

<sup>5</sup> As tampas utilizadas na montagem foram as de caixas de leite, sucos de caixinha etc., por terem um tamanho maior, mas o professor pode, se preferir, utilizar papelão para substituir.



Portanto, espera-se que os alunos sejam capazes de identificar conceitos, como de espaço amostral e evento, e aplicá-los na resolução de problemas. Sugere-se que essa atividade seja aplicada antes de haver um início do conteúdo, de forma que os alunos utilizem conhecimentos anteriores na resolução desses problemas.

**Problema 1:** Seja  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  e  $C = \{3, 6, 9\}$ . Determine  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $B \cap C$  e  $A \cap C$ .

**Problema 2:** Explique porque  $A \cap B = \emptyset$ .

O segundo momento é composto por duas atividades, sendo que a primeira é direcionada ao conteúdo de União e Intersecção de eventos. Durante essa atividade, o professor deve incluir os conceitos e definições acerca da união de eventos, intersecção de eventos, eventos complementares e eventos mutuamente exclusivos.

**Problema 1:** Considerando que a roleta foi girada 2 vezes, qual a probabilidade de obter a cor verde no segundo giro, sabendo que já se obteve vermelho no primeiro resultado.

**Problema 2:** Três giros foram feitos na roleta. Qual a probabilidade de sair a soma 15, sabendo que ocorreu 3 no primeiro giro?

Ainda na segunda atividade do mesmo momento, tem-se a introdução do conteúdo de cálculo de probabilidades. Nessa atividade, espera-se que os alunos sejam capazes de identificar e aplicar o conceito de cálculo de probabilidade. No *Problema 1*, os alunos podem apresentar seus resultados por meio do diagrama da árvore. Quanto ao *Problema 2*, espera-se que eles identifiquem quais os resultados possíveis e favoráveis para este.

No terceiro momento, os alunos ainda separados em grupos deverão elaborar problemas que envolvam os conteúdos de união e intersecção de eventos ou o cálculo de probabilidade. Espera-se que eles sejam capazes de relacionar o conteúdo visto no momento anterior com o material didático em suas mãos, a *Roleta da Probabilidade*, e, assim, elaborarem problemas sobre esses assuntos.

Dessa forma, cada grupo deve elaborar um problema baseado também no material, *Roleta da Probabilidade* e, juntamente com ele, a sua solução e o método, ou modo que utilizaram para encontrar a solução. É necessário que o professor incentive cada grupo a fazer uma breve apresentação do seu problema e de sua resolução aos demais alunos da turma, para que todos possam compartilhar conhecimentos com seus colegas. Nesse momento, o professor

deve incentivar a exposição das dúvidas por parte dos alunos, esclarecendo-as à medida que elas forem surgindo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi viabilizar o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade no Ensino Médio, por meio da formulação de sequência didática com a utilização de materiais didáticos manipuláveis. Para isso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica para compreender melhor como o conceito de probabilidade é abordado nesse nível de ensino.

Como resultado, observamos que os jogos desempenharam um papel significativo no estudo e ensino da probabilidade, especialmente os jogos de azar. Com base nessa percepção, desenvolvemos o jogo *Roleta das probabilidades*, que pode ser construído com materiais recicláveis e possui uma estrutura sólida, pois, embora a maioria das roletas tenha bases circulares, para este trabalho optou-se por uma base quadrada visando garantir maior estabilidade durante o seu uso.

Em seguida, foi elaborada uma sequência didática voltada para alunos do 2º ano do Ensino Médio. Essa sequência explora conceitos fundamentais, como espaço amostral, eventos certo, evento impossível, evento complementar, união e intersecção de eventos, além de cálculos de probabilidade. No qual, utiliza-se a *Roleta das probabilidades* como um recurso pedagógico para auxiliar os alunos na compreensão da aleatoriedade em eventos probabilísticos. Vale ressaltar que essa sequência didática pode ser aplicada nos demais conteúdos de probabilidade, já que o jogo desenvolvido pode ser facilmente ajustado e adaptado.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação -. Brasília: MEC/SEF, 2018.

CABRAL, M. A. **A utilização de jogos no ensino de Matemática**. TCC (Licenciatura em Matemática), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/96526>.

CABRAL, N. F. **Sequências Didáticas**. Belém - Pará: SBEM/SBEM-PA, 2017. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/site/index.php>.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações**. São Paulo: Ática, 2016.

FIorentini, D.; Miorim, M. A. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. In: **BOLEMA**, ano 4 – nº7, São Paulo, 1990. Disponível em: [http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012\\_curso\\_47\\_e\\_51\\_-\\_matematica\\_-\\_emersom\\_rolkouski\\_-\\_texto\\_1.pdf](http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf).

GAVANSKI, D.; LIMA, R. V. Materiais Concretos no Ensino e na Aprendizagem da Matemática: Reflexões e proposições. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLUBER, T. E. (org.). **Educação Matemática: Reflexões e Ações**. Curitiba: Editora Crv, 2010.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 11. Ed. São Paulo: Cortez, 2008.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. O Desenvolvimento da probabilidade e da estatística. In: **XVIII Encontro Regional De Professores de Matemática**, LEM/IMECC/Unicamp, Campinas, 2005. Disponível em: [https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m\\_cur/mc02\\_b.pdf](https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02_b.pdf).

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1ª. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas SP: Editora Autores Associados, 2006. p. 39-56.

ROSÁRIO, M. I. C. **Lúdico no Ensino aprendizagem: Matemática Fundamental II**. TCC (Licenciatura em Matemática), Universidade Estadual do Sudeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2013. Disponível em: <https://docplayer.com.br/11584553-Ludico-no-ensino-aprendizagem-matematica-fundamental-ii.html>.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. TCC (Licenciatura em Matemática), Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Monografia\\_Santos.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf).

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. In: **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, 2008. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177/163>.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

## Histórico

Submetido: 10 de setembro de 2023.

Aprovado: 30 de outubro de 2023.

Publicado: 16 de novembro de 2023.

### **Como citar o artigo - ABNT**

ANDRADE, E. C. S.; CARNEIRO, R. S.; CARNEIRO, R. S. O Ensino de Probabilidade: uma proposta didática com o uso de materiais manipuláveis. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), e2023007, 2023. <https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2023007>

### **Licença de Uso**

Licenciado sob Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Porém, não permite adaptar, remixar, transformar ou construir sobre o material, tampouco pode usar o manuscrito para fins comerciais. Sempre que usar informações do manuscrito deve ser atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.

