

Modelagem Matemática e Cálculo I: Uma Abordagem Prática na Irrigação dos Campos de Futebol

João Murilo Zambiasi¹

Universidade Federal de Mato Grosso

Júlio Cesar Martignago Kreff²

Universidade Federal de Mato Grosso

Geslane Figueiredo da Silva Santana³

Universidade Federal de Mato Grosso

RESUMO

Este escrito tem como objetivo compartilhar os resultados de um projeto de Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo I de um curso de Agronomia, ministrada para a turma do primeiro semestre de 2021. O desafio enfrentado por essa disciplina é o alto índice de reprovação, o qual está relacionado, em sua maior parte, à defasagem em Matemática por parte dos estudantes. Nesse contexto, busca-se justificar a abordagem com base em uma breve contextualização teórica, respaldada por autores como Biembengut, Hein, Bassanezi, Almeida, entre outros. Quanto à metodologia, adota-se a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak e Veleda (2020), complementada por Stewart (2012). Os resultados apresentam a proposta desenvolvida por dois alunos, intitulada “Modelagem Matemática: Irrigação dos Campos de Futebol”, destacando a importância de uma abordagem prática e contextualizada no ensino da Matemática. Essa abordagem visa integrar o aprendizado teórico à resolução de problemas do mundo real, sob a perspectiva da Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Cálculo I; Ensino de Matemática; Função; Irrigação.

Mathematical Modeling and Calculation I: A Practical Approach to Irrigating Football Fields

ABSTRACT

This writing aims to share the results of a Mathematical Modeling project in the Calculus I discipline of an Agronomy course, taught to the class of the first semester of 2021. The challenge faced by this discipline is the high failure rate, which is related, for the most part, to the gap in Mathematics on the part of students. In this context, we seek to justify the approach based on a brief theoretical contextualization, supported by authors such

¹Graduando na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Graduação em andamento em Agronomia na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Estrada Rosália km 1, Chácara 636, Villa Itália, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78559-260. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-5454-8745>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8895888341979232>. E-mail: jmz.pessoal@hotmail.com.

²Graduando na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Graduação em andamento em Agronomia na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Rua das Gérberas, 736, Jardim Primavera, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78550-384. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-5222-5365>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6797884754600249>. E-mail: julio.kreff@sou.ufmt.br.

³Doutorado em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professora da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT) no Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS) e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Toledo, 735, Jardim Terra Rica, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78557-548. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6281-8719>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8713263360849396>. E-mail: geslanef@hotmail.com.

as Biembengut, Hein, Bassanezi, Almeida, among others. As for the methodology, Mathematical Modeling is adopted from the perspective of Burak and Veleda (2020), complemented by Stewart (2012). The results present the proposal developed by two students, entitled “Mathematical Modeling: Irrigation of Football Fields”, highlighting the importance of a practical and contextualized approach in teaching Mathematics. This approach aims to integrate theoretical learning with real-world problem solving, from the perspective of Mathematical Modeling.

Keywords: Mathematical Modeling; Calculus I; Teaching Mathematics; Function; Irrigation.

Modelado y Cálculo Matemático I: un Enfoque Práctico para el Riego de Campos de Fútbol

RESUMEN

Este escrito tiene como objetivo compartir los resultados de un proyecto de Modelación Matemática en la disciplina Cálculo I de una carrera de Agronomía, impartido a la promoción del primer semestre de 2021. El desafío que enfrenta esta disciplina es el alto índice de reprobación, lo cual está relacionado, en su mayor parte, al rezago en Matemáticas por parte de los estudiantes. En este contexto, buscamos justificar el enfoque a partir de una breve contextualización teórica, sustentada en autores como Biembengut, Hein, Bassanezi, Almeida, entre otros. En cuanto a la metodología, se adopta el Modelado Matemático desde la perspectiva de Burak y Veleda (2020), complementada por Stewart (2012). Los resultados presentan la propuesta desarrollada por dos estudiantes, titulada “Modelamiento Matemático: Riego de Canchas de Fútbol”, destacando la importancia de un enfoque práctico y contextualizado en la enseñanza de las Matemáticas. Este enfoque tiene como objetivo integrar el aprendizaje teórico con la resolución de problemas del mundo real, desde la perspectiva del Modelado Matemático.

Palabras clave: Modelo Matemático; Cálculo I; Enseñanza de Matemáticas; Función; Irrigación.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este artigo tem como objetivo compartilhar os resultados de um projeto de Modelagem Matemática que foi integrado às atividades da disciplina de Cálculo I, ministrada no curso de Agronomia da Universidade Federal de Mato Grosso, Campus Universitário de Sinop.

De acordo com Carvalho, Cangussu e Oliveira no ensino de Cálculo “[...] os alunos encontram muita dificuldade de aprendizagem” (2018, p. 96). Matérias como Cálculo I costumam apresentar índices significativos de reprovação, predominantemente atribuídos à escassa proficiência em conceitos matemáticos por parte dos estudantes, bem como à aversão à disciplina e à limitada compreensão de sua aplicabilidade prática (MUSIAU; ALVES; VANUCHI, 2020).

Novas propostas pedagógicas têm surgido na tentativa de minimizar as dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem em Cálculo (PAGANI; ALLEVATO, 2014). O ensino na referida disciplina adota uma abordagem sequencial que inclui, em primeiro lugar, exposições teóricas dos conceitos, seguidas pela resolução de exemplos, extensas listas de exercícios e, por fim, avaliações individuais com questões dissertativas. De acordo com a pesquisa de Rubi (2018) essa prática pedagógica tradicional e conteudista, inferi como um dos fatores que influenciam negativamente, para os altos índices de evasão e reprovação.

Em contrapartida, na esfera das abordagens metodológicas, encontra-se a Modelagem Matemática, que, conforme definido por Biembengut e Hein (2000), representa uma abordagem de ensino e aprendizagem com uma variedade de objetivos. Esses objetivos englobam a integração de diferentes áreas do conhecimento com a Matemática, a ênfase na relevância da Matemática na formação dos alunos, a promoção do interesse pela Matemática por meio de sua aplicação prática, o aprofundamento da compreensão dos conceitos matemáticos, o desenvolvimento de habilidades para solucionar problemas e a fomentação da criatividade entre os estudantes.

Assim, com base em princípios teóricos relacionados à Modelagem Matemática e nas dificuldades identificadas na disciplina do referido curso, torna-se justificável a importância de implementar projetos que ofereçam experiências distintas das abordagens tradicionais.

Diante desses desafios, para a implementação do projeto, são adotadas duas abordagens metodológicas relacionadas à Modelagem Matemática, as quais se complementam de maneira integrada. A primeira abordagem refere-se à forma como o docente conduz o processo de ensino e aprendizagem, incorporando os princípios filosóficos e epistemológicos propostos por Veleda e Burak (2020). Simultaneamente, o guia passo a passo disponibilizado aos estudantes segue o modelo delineado por Stewart (2012).

Para exemplificar a concepção e execução do projeto elaborado, a seção de análise e resultados apresenta a proposta desenvolvida por dois alunos, intitulada “Modelagem Matemática: Irrigação dos Campos de Futebol”. Dentro desse contexto, os resultados obtidos são minuciosamente expostos, proporcionando uma visão detalhada do processo.

Os resultados alcançados neste estudo permitem abordar a questão do custo de energia na irrigação de campos de futebol *Society*. Além de resolver o problema por meio da Modelagem Matemática, também se redefinem conceitos fundamentais, como coeficiente angular, domínio e imagem de uma função, entre outros.

Com o intuito de apresentar a proposta em destaque da melhor forma possível, o artigo foi estruturado da seguinte maneira: motivação e contextualização teórica, metodologia, análises e resultados, concluindo com reflexões finais.

MOTIVAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO TEÓRICA

Neste tópico, busca-se estabelecer a justificativa com base na problemática identificada, ao mesmo tempo em que se constrói um embasamento teórico que fundamenta essa motivação.

No curso de Agronomia, no primeiro semestre, é ofertada a disciplina de Cálculo I, cuja ementa abrange tópicos como: Revisão de Matemática em Conjunto dos Números Reais, Valor Absoluto, Expoentes, Radicais, Polinômios e Frações; Funções elementares; Limite e continuidade de funções; Derivadas e Aplicações da Derivada. Em geral, observa-se um índice elevado de reprovação nessa disciplina. Isso se deve a diversos fatores, incluindo a defasagem em conceitos básicos de Matemática, a aversão por disciplinas matemáticas e uma falta de compreensão sobre como a Matemática pode ser aplicada no curso. Como resultado, muitos estudantes, tanto calouros quanto veteranos, enfrentam dificuldades em Cálculo I.

Na pesquisa dos autores Musiau, Alves e Vanuchi (2020), há um estudo bem abrangente com fundamentação teórica consistente sobre os problemas envoltos no ensino de Cálculo Diferencial Integral:

Para sanar tal problemática, as pesquisas educacionais recomendam a renovação das metodologias estagnadas e sugerem a formulação e aplicação de novos métodos pedagógicos, que sejam significativos e pontuais. [...] Haja visto que, o estudo dessa disciplina é um instrumento muito eficaz na modelagem de situações concretas que envolvem a ideia de taxa de variação. Contudo, [...] o desempenho insatisfatório dos alunos, com níveis altíssimos de reprovação e desistência tem preocupado pesquisadores de todo o mundo. As perdas de estudantes que iniciam, mas não terminam seus cursos, são desperdícios sociais, acadêmicos e econômicos. No setor público, são recursos públicos investidos sem o devido retorno. [...] parte deste fracasso se deve à má formação durante a educação básica, pois na falta de habilidade dos alunos em construir e compreender conceitos matemáticos tornam-se estudantes inseguros. Uma outra questão observada e já mencionada, é que no meio acadêmico [...] é abordado na maioria das vezes de forma tradicional. Ou seja, esta disciplina é ensinada de uma forma descontextualizada, seguindo uma sequência de regras e passos, proporcionando ao estudante a não compreensão dos conceitos matemáticos, e sua formação será prejudicada, pois mesmo possuirá muitas dificuldades em utilizar a Matemática, como ferramenta, para a resolução de problemas do mundo real. Isso acontece, pois, o estudante só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem (p. 6).

Diante desse cenário, a proposta da disciplina foi desenvolver projetos com base em Modelagem Matemática, buscando oferecer uma abordagem mais prática e contextualizada para a aprendizagem da Matemática. Essa abordagem visa tornar a disciplina mais acessível e relevante, ajudando os estudantes a superarem os obstáculos e a perceberem a importância da Matemática em seu curso de Agronomia.

Em 2000 os autores Biembengut e Hein descreveram os seguintes objetivos para Modelagem Matemática como método de ensino e aprendizagem:

[...] aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; mergulhar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade (p.18-19).

Esses objetivos permanecem igualmente válidos, porém o desafio consiste em alinhar o projeto de Modelagem Matemática com a ementa e seus conteúdos a serem abordados, considerando o grande número de alunos, a defasagem em Matemática e a falta de empatia de vários discentes. E ainda nesta mesma linha de pensamento é preciso ponderar as palavras de Bassanezi:

Notamos, contudo, que a maior dificuldade encontrada pelos professores que decidem adotar a modelagem matemática em seus cursos é a de transpor a barreira do ensino tradicional em favor de uma opção mais criativa e consequente. No ensino tradicional, o objeto de estudo se apresenta quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência predeterminada, com um objetivo final muito claro que, muitas vezes, nada mais é que “cumprir o programa da disciplina”! Ora, ensinar a pensar matematicamente é muito mais do que isso. Portanto, é imprescindível mudar métodos e buscar processos alternativos para transmissão e aquisição de conhecimentos (2015, p. 11).

Devido a esses desafios e considerando que o projeto foi elaborado na disciplina de Cálculo, não especificamente em uma ementa que trata da Modelagem Matemática, a proposta se concentra em inserir a mesma no contexto mais amplo da Educação Matemática. Isso significa afastar-se da abordagem estritamente voltada para a aplicação da Matemática, o que é, sem dúvida, importante para o curso de Agronomia. No entanto, essa abordagem é considerada mais apropriada para semestres posteriores, quando os alunos já estão mais familiarizados com o curso de forma geral.

A concepção abarca a incorporação da Modelagem Matemática em uma atividade de ensino da matemática, que pode ser elaborada em torno de três eixos centrais, a saber:

[...] em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Neste sentido, relações entre realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e procedimentos estão ancorados) servem de subsídios para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 12).

Nesta atividade o professor desempenha o papel de mediador, enquanto o aluno se capacita como autor do seu próprio conhecimento, levando em consideração suas habilidades,

limitações, interesses e responsabilidades. O objetivo é promover a aprendizagem como uma conexão sólida entre a Matemática e a realidade, proporcionando a oportunidade de aprender por meio da prática, superar desafios e vivenciar tanto experiências antigas quanto novas.

Nessa interação, ambos, professor e aluno, aprendem juntos, combinando conhecimentos, ferramentas e habilidades. Assim, a aprendizagem permeia a constância da atividade contínua, visto que, “[...] aprendemos pela experiência, pela reação a algo nosso estar, viver. Não há uma linha definida que nos permite saber o que e quanto sabemos, pois a aprendizagem ocorre quase que de forma contínua” (BIEMBENGUT, 2019, p. 28).

Dessa forma, a Modelagem Matemática possui o potencial de auxiliar o estudante a enxergar a Matemática de uma perspectiva distinta, afastando-se da concepção tradicional da Matemática como uma disciplina *dura*, pronta e acaba, a qual é: “[...] representada como um conjunto de trabalhos completos e teorias terminadas que deveriam algumas vezes revelar seu segredo para algum talentoso, mas que não pode ser ensinada ou aprendida” (OTTE, 2012, p. 123).

Por isso, é importante proporcionar ao discente essa familiaridade por meio da modelação que comporta também a Matemática como uma ferramenta muito importante para o processo de ensino e aprendizagem, sendo uma arte de formular modelos matemáticos, resolver e elaborar expressões válidas (BASSANEZI, 2015).

Além disso e principalmente permite uma contemplação da Matemática para além da ferramenta, além das fórmulas, além da arte, tem a significância da Matemática como atividade que caminha junto ao processo de ensino e aprendizagem, a qual admite abertura para a intuições e “descobertas”. No entanto, é essencial proceder à formalização e atribuição de novos significados a essas intuições por meio de conceitos, em concordância com a perspectiva de Kant, que identificou as duas fontes fundamentais do conhecimento humano como sendo intuições e conceitos (2001, B 75).

Certamente, um dos principais êxitos da Modelagem Matemática como metodologia no Ensino de Matemática está em proporcionar uma aprendizagem dinâmica, que, em grande parte, não depende apenas de revisões de conteúdo e metodologias excessivamente elaboradas. Ela se baseia na dinamização da própria Matemática, através da interação entre a prática e o conhecimento. Em outras palavras, depende fundamentalmente de o professor reconhecer que a Matemática é uma parte integrante do conhecimento que se renova e se fortalece por meio das experiências vivenciadas por todos (SANTANA, 2019, p. 55).

Por isso, Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam que a modelagem no Ensino de Matemática tem como objetivo tornar o ensino mais dinâmico, vivo e significativo no desenvolvimento de atividades com Modelagem Matemática. O foco principal não está exclusivamente na criação de modelos, mas sim na jornada de aprendizagem, ou seja: “[...] a construção de modelos não é a finalidade principal dessa concepção de Modelagem” (Klüber, 2016, p.44).

Da mesma forma, Bassanezi enfatiza que:

Para aqueles que se dispõem a trabalhar com a modelagem matemática, é importante ter claro seus objetivos e estabelecer alguns critérios de qualidade adequados a esses objetivos. Por exemplo, se a modelagem matemática vai ser utilizada em sala de aula com a finalidade de motivar os alunos a incorporar certos conteúdos matemáticos ou a valorizar a própria matemática, muitas vezes, a validação dos modelos não é um critério fundamental para sua qualificação (2015, p. 13).

Desta forma, a Modelagem Matemática é considerada uma atividade que contribui para o processo de ensino e aprendizagem. Por isso, este artigo explora a importância de sua inclusão no ambiente acadêmico da graduação, com foco no curso de Agronomia. São abordados desafios que incluem a defasagem em Matemática, a falta de empatia geral pela disciplina, a complexidade de integrar a modelagem em uma disciplina com ementa e cronograma bem estruturados, e, por último, a mudança na dinâmica e papel do professor. Neste contexto, é necessário descentralizar o papel do professor, afastando a concepção de que ele é o único detentor de todas as respostas. No próximo tópico procura-se explicar as etapas percorridas durante o desenvolvimento do projeto.

METODOLOGIA

É importante ressaltar que este trabalho adota duas abordagens metodológicas que se complementam mutuamente. Não se trata de uma ordem sequencial de tarefas, mas sim de uma integração fluida. A primeira abordagem envolve a maneira como o professor conduz o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, incorporando as premissas filosóficas de Veleda e Burak (2020). Simultaneamente, o passo a passo apresentado aos alunos segue o modelo estabelecido por Stewart (2012).

Assim a abordagem adotada para conduzir este trabalho, bem como a postura do professor em relação à Modelagem Matemática, apresentam uma forte afinidade com o trabalho de Dionísio Burak, um professor e pesquisador cujas experiências práticas levaram à proposição

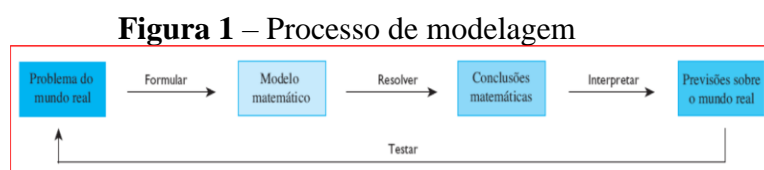
de cinco etapas colaborativas essenciais para o eficaz desenvolvimento da Modelagem Matemática em sala de aula. Essas etapas incluem a seleção do tema, a pesquisa exploratória, a identificação dos problemas, a resolução dos desafios e o desenvolvimento dos conteúdos contextualizados ao tema, além da análise crítica das soluções (VELEDA; BURAK, 2020).

A seleção do tema é uma responsabilidade dos próprios alunos, promovendo assim o desenvolvimento da autonomia, iniciativa e liberdade. Durante a pesquisa exploratória, os alunos são incentivados a coletar dados e informações relacionados ao tema escolhido. Esse processo contribui para a formação de estudantes mais críticos e atentos, que adotam uma postura voltada para a investigação. A pesquisa exploratória leva ao levantamento dos problemas a serem investigados, onde o tratamento das informações coletadas, a formulação de hipóteses, a análise e a tomada de decisões são conduzidas de maneira independente pelos estudantes (VELEDA; BURAK, 2020).

Adicionalmente, foi apresentado aos acadêmicos o modelo proposto por Stewart como um guia para orientar os projetos. O autor define um modelo matemático da seguinte maneira:

Um modelo matemático é a descrição matemática (frequentemente por meio de uma função ou equação) de um fenômeno do mundo real, como o tamanho de uma população, a demanda por um produto, a velocidade de um objeto caindo, a concentração de um produto em uma reação química, a expectativa de vida de uma pessoa ao nascer ou o custo da redução de poluentes. O propósito desses modelos é entender o fenômeno e talvez fazer previsões sobre seu comportamento futuro (2012, p. 15).

Além disso, o referido autor apresenta um modelo compacto, passo a passo, de como desenvolver um projeto baseado em um modelo matemático, veja a figura 1:



Fonte: Stewart, 2012, p.15

A abordagem do processo pode ser dividida em quatro etapas fundamentais. Na primeira etapa, formula-se um modelo matemático; em seguida, no segundo estágio, aplica-se a Matemática e obtêm-se conclusões. Posteriormente, é essencial interpretar essas conclusões, fornecer explicações ou realizar previsões. A última tarefa envolve testar essas previsões por meio da comparação com novos dados reais (STEWART, 2012).

Durante a aula, foi ministrada uma explanação sobre a definição e o conteúdo da Modelagem Matemática, seguida pela apresentação de exemplos de atividades realizadas dentro desse contexto. Isso foi feito para proporcionar maior clareza e foco aos estudantes em relação ao tipo de projeto que deveriam desenvolver.

A turma composta por cinquenta e oito alunos foi dividida em vários grupos. É importante ressaltar que essas atividades foram conduzidas durante o período da pandemia, o que significou que todas as aulas ocorreram de forma totalmente online. Os estudantes se organizaram em trios ou duplas, pois acredita-se que, no contexto da aprendizagem, um projeto de Modelagem Matemática requer colaboração em grupo, promovendo discussões de ideias e a resolução coletiva de problemas. Vale destacar que o projeto de modelagem acrescentaria três pontos à nota do aluno, mas para serem aprovados na disciplina, eles precisavam acumular, no mínimo, quinze pontos. Portanto, essa atividade não era compulsória e não teria impacto direto na reprovação dos estudantes na disciplina.

Para manter a organização, foram estabelecidas três datas de entrega ao longo do semestre para as atividades desenvolvidas pelos discentes. Na primeira etapa, eles tiveram a tarefa de escolher um tema e apresentar um problema. Na segunda fase, encaminharam os dados coletados. E, finalmente, na última tarefa, entregaram os trabalhos completos, incluindo análises e resultados obtidos.

A cada entrega, o professor realizava uma análise minuciosa do trabalho, fornecendo considerações, correções, apontamentos, contribuições e questionamentos com o objetivo de enriquecer o tema proposto. Nesse ambiente, o professor não apenas orientava, mas também participava ativamente da aprendizagem. Para facilitar a interação remota, foram realizados encontros virtuais com cada grupo para esclarecer dúvidas e definir os próximos passos. Além disso, quando necessário, o professor oferecia atendimento, para dúvidas mais pontuais, por meio de outras ferramentas de comunicação.

Em um âmbito geral, destaca-se que o projeto na disciplina de Cálculo I, envolveu cinquenta e oito alunos distribuídos em duplas ou trios, observou-se que, na primeira etapa, vinte e quatro projetos foram entregues. Nas fases subsequentes, apenas dezessete projetos foram submetidos, e, ao final, somente três trabalhos se destacaram o suficiente para serem considerados para publicação.

Entre os desafios enfrentados, destaca-se o aprendizado do Cálculo 1 online, que se mostrou uma tarefa árdua e que, em alguns casos, levou à desistência tanto da disciplina quanto

do curso. Além disso, para alguns alunos, essa atividade se traduziu em mais um trabalho que demandou muito esforço, porém proporcionou pouca nota, o que desencorajou a continuação do projeto.

Àqueles que aceitaram o desafio, ao longo do percurso, se depararam com diversos obstáculos. Alguns experimentos falharam, como o caso do crescimento de feijões, cujas plantas morreram nos primeiros dias, ou a tentativa de germinação do alho, prejudicada pelas condições desfavoráveis de temperatura em Sinop. Também houve tentativas frustradas de cultivar alface, mas as aves comeram as mudas das alfaces. Em resumo, muitos experimentos enfrentaram dificuldades, frequentemente relacionadas à inexperiência tanto do professor quanto dos alunos.

Outro fato importante a destacar é que como os projetos estavam inseridos na disciplina de Cálculo I, os temas e problemas deveriam incluir os conteúdos dispostos na ementa da disciplina. Essa condição é importante, pois um dos motivos da proposta era justamente propiciar a aprendizagem em Cálculo I. Evidentemente esta postura *foge* um pouco da perspectiva da Modelagem Matemática, onde o discente é livre para elaborar o problema sem se prender ao conteúdo, mas como o próprio Bassanezi orienta em uma nota de rodapé:

A modelagem como processo de ensino-aprendizagem pode ser utilizada de maneiras diversas se o ambiente de ensino for diferenciado. Assim, se estamos num ambiente de Iniciação Científica ou cursos de Especialização para professores de Matemática, o programa de conteúdos não causa grandes problemas. Entretanto, se o curso for regular com um programa a ser cumprido, o processo de modelagem deve ser adaptado, considerando temas dirigidos que tenham modelos com características próprias do conteúdo a ser tratado no curso. Neste caso, também não se pode deixar de fazer a formalização contínua dos objetos matemáticos que aparecem nos modelos e é desejável que o professor já tenha trabalhado anteriormente com o tema para que o desenvolvimento do curso flua normalmente (2015, p.12).

Dessa forma, o projeto foi coordenado com a premissa fundamental de desenvolver algo que abordasse o conceito de função. Inicialmente, a função foi concebida como uma relação contínua entre duas variáveis, embora, evidentemente, a função vá além de uma mera relação. No início dos projetos, essa premissa serviu como ponto de partida, e a formalização e adaptação dos problemas foram realizadas posteriormente para se ajustarem ao conceito de função.

Após essa contextualização geral, este artigo ilustra a discussão do projeto desenvolvido por dois estudantes do curso de Agronomia no âmbito da disciplina de Cálculo I, ministrada para a turma do primeiro semestre de 2021, assumindo uma postura interdisciplinar. No tópico

subsequente, será apresentado um relatório sobre a implementação desse projeto, o qual representa o resultado da pesquisa conduzida.

ANÁLISES E RESULTADOS

Neste tópico pretende-se apresentar como dois estudantes, abordaram e desenvolveram o projeto, o qual, intitularam por “Modelagem Matemática: Irrigação dos Campos de Futebol”.

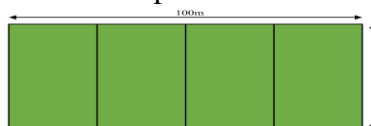
Os acadêmicos escolheram o tema sobre irrigação de campos de futebol *Society*, uma vez que este era um problema vivenciado por eles. A preocupação central residia em: Como calcular o consumo de energia necessário para manter quatro campos de futebol *Society* irrigados durante o período de seca? Nesse cenário, o consumo de energia se limitava àquela utilizada pela bomba de água do poço artesiano para a irrigação do campo.

Além de ser um problema já vivenciado pelos estudantes, há uma justificativa adicional para a escolha deste tema, considerando a sua relevância. O futebol é um esporte de grande visibilidade não apenas no Brasil, mas em todo o mundo. Além disso, a abordagem desse assunto permite a introdução de um método de irrigação de forma simples, demonstrando a equivalência entre um pivô utilizado em plantações de larga escala, como lavouras, e um aspersor utilizado em pequena escala, como nos campos de futebol e canteiros de hortas.

Para abordar o problema, realizou-se inicialmente uma pesquisa exploratória e coleta de dados, incluindo informações como a área total a ser irrigada, o volume de água necessário para a rega da grama, a vazão de água do poço, a potência da bomba, os meses de seca na região e o valor médio da energia durante esses meses.

Os experimentos foram conduzidos em quatro campos de futebol *Society*, situados em uma propriedade particular na zona rural de Sinop. Cada campo, tendo dimensões de 50 metros de comprimento por 25 metros de largura, totalizando 5000 m², ou 0,5 hectares, era irrigado por aspersores de água alimentados por um poço artesiano, exigindo uma média de 20 a 30 mm de água por metro quadrado de grama a cada semana. A água era bombeada por uma unidade de 2 cavalos de potência (aproximadamente 1491 W ou 1,49 kW), operando seis aspersores.

Figura 2 – Campos de futebol *Society*



Fonte: elaborado pelos autores

De acordo, com o site Weather Spark⁴, o período estimado de precipitação em Sinop tem uma duração de aproximadamente 6.7 meses, abrangendo de 2 de outubro a 21 de abril. Enquanto isso, o período de seca tem uma extensão de cerca de 5.4 meses, ocorrendo entre 22 de abril e 1º de outubro.

Figura 3 – Probabilidade diária de precipitação em Sinop



Fonte: Weather Spark⁴

Dado que um mês possui, aproximadamente, 4.3 semanas, pode-se estimar que haja cerca de 23 semanas sem qualquer precipitação.

Com base nos dados disponibilizados pelo website da Energisa⁵, a concessionária de energia que atua no Mato Grosso e em vários outros estados, na modalidade tarifária branca de baixa tensão, o custo do consumo de energia para propriedades da classe B2, caracterizada como rural no local em estudo, considerando-se, assim a tarifa de uso do sistema de distribuição, é de R\$0,76365 por quilowatt-hora (kWh).

De acordo com informações disponíveis no site da Husqvarna⁶ sobre a irrigação de gramados, a quantidade de água necessária para regar o gramado é de duas regas de 10 a 15 mm (de altura de água) por metro quadrado a cada semana. Isso equivale a aproximadamente 20 a 30 litros por metro quadrado. Considerando que a área a ser irrigada é de 5000 metros quadrados, após um cálculo simples, chega-se a um total de 100 a 150 metros cúbicos de água, ou seja, de 100.000 a 150.000 litros por semana.

Foram conduzidas duas abordagens de modelagem: a primeira baseada na tabela de vazão fornecida pelo fabricante da bomba utilizada, enquanto na segunda abordagem, realizou-se a coleta de dados com o objetivo de alcançar resultados mais precisos.

⁴ WEATHER SPARK. **Clima e condições meteorológicas médias em Sinop no ano todo.** Weather Spark, 2021. Disponível em: <https://pt.weatherspark.com/y/29433/Clima-caracter%C3%ADstico-em-Sinop-Brasil-durante-o-ano#Figures-PrecipitationProbability>. Acesso em: 17 mar. 2022.

⁵ ENERGISA. **Tipos de tarifa.** Energisa. Disponível em: <https://www.energisa.com.br/Paginas/informacoes/taxas-prazos-e-normas/tipos-tarifas.aspx>. Acesso em: 17 mar. 2022.

⁶ HUSQVARNA. **Como irrigar seu gramado.** Husqvarna. Disponível em: <https://www.husqvarna.com/br/aprenda-e-descubra/como-irrigar-seu-gramado/>. Acesso em: 17 mar. 2022.

Na primeira modelagem, para a coleta de água, foi utilizado um poço com 36 metros de profundidade, equipado com uma bomba Ebara do modelo 4BPS9 i-10, que possui uma potência de 2 cavalos, equivalente a 1,49 kW. Para a irrigação, foram empregadas mangueiras, conectores e seis aspersores de água para promover a rotação da irrigação. Após seguir a tabela de vazão de água da bomba, fornecida pelo fabricante, que relaciona a vazão em metros cúbicos de água por hora (m^3/h) com a profundidade em metros, não foi possível alcançar o valor de vazão necessário.

Figura 4 – Tabela dos fabricantes

Seleção de Curvas																
Bomba Modelo	Nº Est.	Potência		Vazão e altura manométrica											D Máx. (mm)	Ø Pol BSP
		HP	KW	0	3,6	4,2	4,8	5,4	6	7,2	8,4	9,6	10,8	m^3/h		
4BPS9 i-06	06	1,00	0,75	52,0	44,0	43,0	42,0	40,0	38,0	33,0	27,0	18,0	9,0			
4BPS9 i-08	08	1,50	1,12	70,0	60,0	58,0	55,0	52,0	50,0	43,0	35,0	24,0	12,0			
4BPS9 i-10	10	2,00	1,49	91,0	77,0	75,0	72,0	69,0	65,0	58,0	48,0	32,0	17,0			

Fonte: acervo da pesquisa, 2021

Como não havia informações disponíveis sobre a vazão de água para uma profundidade de 36 metros, foi necessário recorrer ao software GeoGebra para realizar uma modelagem preliminar. Para criar o modelo, começou-se marcando os valores de X e Y correspondentes a cada ponto na planilha, onde cada valor de X representava a vazão e seu respectivo valor de Y correspondia à profundidade. Em seguida, foi criada uma lista de pontos com base nesses dados, e a partir dessa lista, na janela de álgebra, foi utilizado o comando (*Regressão Polinomial*, (\langle Lista de pontos \rangle , \langle Grau do Polinômio \rangle), que resultou em um polinômio de terceiro grau conhecido como *Regressão Polinomial* ($r(x)$).

Após a construção da curva de valores por meio da modelagem, o próximo passo consistiu em encontrar a perpendicular ao eixo das abscissas (*eixo X*) que passasse pelo ponto em que $Y = 36$ ($eq1$). Para isso, utilizou-se o comando *Interseção* (\langle Objeto \rangle , \langle Objeto \rangle), selecionando a *Regressão Polinomial* $r(x)$ e a *perpendicular eq1*. Neste ponto, o valor de Y representava a profundidade de 36 metros e o valor de X correspondia a $9,6 \text{ m}^3/\text{h}$, que era a vazão procurada.

Figura 5 – Modelagem da relação entre a vazão e a profundidade



Fonte: Elaborado pelos dos autores no software GeoGebra, 2021

Na segunda modelagem, com o objetivo de alcançar resultados mais precisos, conduziu-se um teste prático para determinar a vazão real. Para isso, foram utilizados dois baldes: um com capacidade de 60 litros, usado para coletar água diretamente da bomba, e outro graduado com 12 litros, empregado para realizar as medições.

Figura 6 – Baldes de medição utilizados



Fonte: acervo da pesquisa, 2021

A fim de obter um resultado de vazão mais preciso, foram conduzidos três testes nos quais o balde maior foi preenchido durante 15 segundos, e em seguida, o volume de água foi medido com o balde graduado. Essas medições resultaram nos seguintes valores:

Tabela 1 – Resultados das medições do teste prático de vazão de água

Quantidade em litros	Tempo de funcionamento da bomba em segundo
32	15,63
35	15,48
36	15,46

Fonte: Elaborado pelos autores, 2021

Para determinar a vazão média do teste prático, foi realizada uma média aritmética ponderada e, em seguida, a unidade de litros por segundo foi convertida para metros cúbicos por hora. Isso resultou em uma vazão aproximada de 7,96 m³/h, um valor significativamente diferente em comparação com a primeira modelagem, que apresentou uma vazão de 9,6 m³/h.

Com os resultados em mãos e após uma discussão, o grupo decidiu utilizar os dados correspondentes aos dois volumes de água necessários, ou seja, 100.000 litros e 150.000 litros, para criar duas representações gráficas, considerando a vazão de 7,96 m³/h. Essa escolha se baseou na compreensão de que o teste prático reflete melhor a realidade.

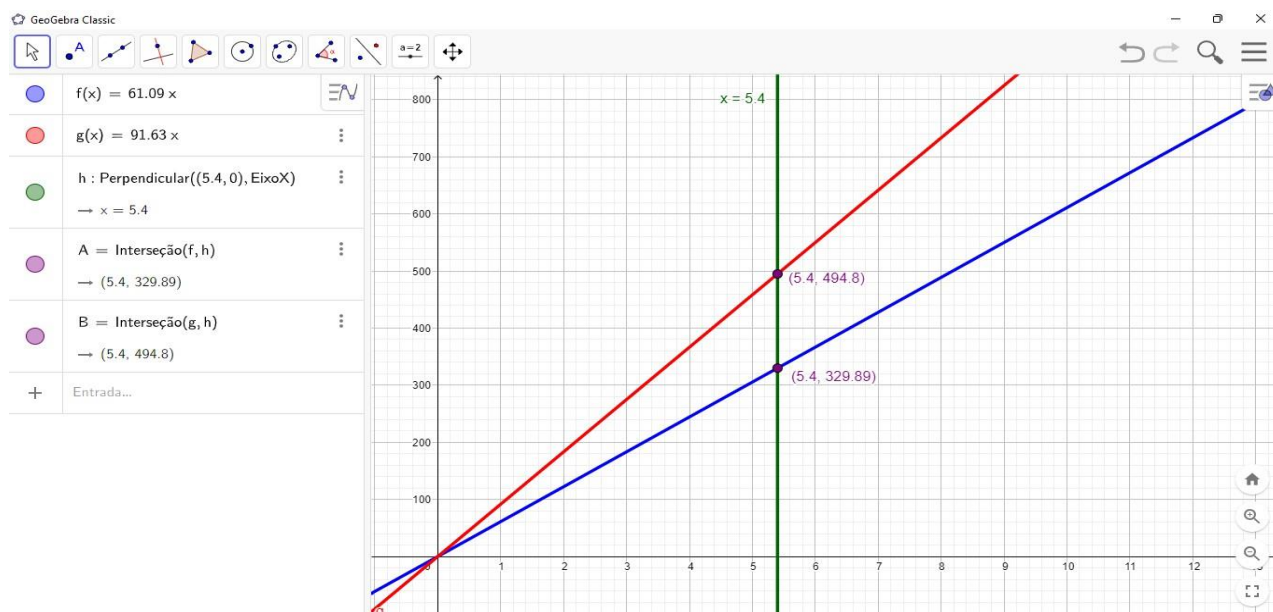
Para calcular o gasto mensal de energia, é fundamental determinar a quantidade de tempo que a bomba permanece ligada a cada semana. Essa informação pode ser obtida calculando o quociente entre o volume de água em m³ e a vazão da bomba em m³/h. Assim, para 100 m³, obtém-se aproximadamente 12,56 horas (ou 12 horas e 33 minutos) de funcionamento por semana e 54 horas por mês. Já para 150 m³, o resultado é de 118,84 horas (ou 18 horas e 50 minutos) por semana e 81 horas por mês.

O cálculo do consumo de energia em kWh por mês é feito multiplicando a potência do motor (1,49 kW), considerando-o em sua potência máxima, pelo tempo de funcionamento da bomba calculado anteriormente para cada mês. Assim, para 54 horas de funcionamento da bomba, o consumo em quilowatt-hora é de 80 kWh. Enquanto para 81 horas, tem-se 120 kWh. O valor mensal do consumo de energia é obtido ao multiplicar a energia consumida pela tarifa de R\$ 0,76365 por kWh, resultando em aproximadamente R\$ 61,09 para a irrigação com 100 m³ de água por metro quadrado durante um mês e R\$ 91,63 para 150 m³, uma diferença de R\$ 30,54 por mês.

Com base nessa modelagem, foram criadas duas funções afins, $y = ax + b$, em que o coeficiente angular a representa os valores mensais de energia (x medido em meses) e o coeficiente linear b é igual a zero, pois não há uma tarifa constante. Portanto, tem-se as seguintes fórmulas: $f(x) = 61,09x$ e $g(x) = 91,63x$ para 100 m³ e 150 m³ semanais, respectivamente.

Para facilitar a visualização dos resultados, foi ajustada a proporção dos eixos $X \rightarrow Y$ para 1:100 e as duas funções foram plotadas. Em seguida, uma reta perpendicular foi adicionada usando o comando *Perpendicular* ((5,4), Eixo X), onde 5.4 representa o tempo, em meses, de seca em um ano. A interseção entre a reta perpendicular e cada função foi marcada, fornecendo os valores anuais de energia gasta com a bomba de água, que são aproximadamente R\$ 329,89 para a irrigação com 100 m³ semanais de água e R\$ 494,80 para 150 m³.

Figura 7 – Modelagem dos Gastos Anuais de Energia



Fonte: Construção dos autores realizada pelo software GeoGebra, 2021

Neste contexto a função $C(m)$ representa o custo mensal de energia associado ao uso da energia em Quilowatt-hora da bomba de água para irrigação, onde:

- m é o número de meses. Ela depende do tempo, ou seja, quantos meses a bomba de água foi usada para irrigação;
- $C(m)$ é o custo mensal de energia, em reais (R\$), relacionado ao uso da bomba de água durante esse período.

A função $C(m)$ é definida pela equação $C(m)=61,09m$. Isso significa que o custo mensal de energia aumenta linearmente com o número de meses em que a bomba de água é usada para irrigação. Cada mês adicional resulta em um acréscimo de R\$ 61,09 no custo mensal de energia.

Assim, $C(x)$ modela como o custo de energia varia de acordo com o tempo de uso da bomba de água, assumindo um consumo constante de energia por hora (1,49 kW) e uma tarifa de energia constante (R\$ 0,76365 por kWh).

E para abordar a economia envolvida na escolha entre utilizar um poço artesiano ou a água fornecida pelo sistema Águas de Sinop⁷, a concessionária de água na cidade de Sinop, considerou-se que o custo dessa água é de R\$ 15,56 por metro cúbico (m^3) para áreas comerciais que consomem acima de $10 m^3$ por mês. Supondo um consumo semanal mínimo de $100 m^3$, o que totaliza $400 m^3$ por mês, o custo mensal será de R\$ 6.224,00.

⁷ÁGUAS DE SINOP. Tarifas em vigor. Águas de Sinop, 2022. Disponível em: <https://www.aegeamt.com.br/legislacao-e-tarifas/aguas-de-sinop/>. Acesso em: 17 mar. 2022.

Agora, considerando um período de 5.4 meses, o valor a ser pago será de aproximadamente R\$ 33. 609,60.

Esse montante representa um custo significativamente mais alto do que utilizar energia no processo de bombeamento, que demanda aproximadamente R\$ 329,89 para a irrigação com para 100 m³.

Além disso, ao considerar o uso de 100 m³ a 150 m³ de água por semana para irrigação, a adoção de uma caixa de água com capacidade de 10 a 15 m³, juntamente com um sistema de irrigação diária e controle por boia para ligar/desligar a bomba, mostra-se uma opção eficiente e econômica. Isso, aliado à dinâmica entre os campos de irrigação, pode otimizar o uso da água, reduzindo o desperdício e os custos associados.

No entanto, é importante ressaltar que, mesmo com essa modelagem aproximada, ela não representa fielmente todos os aspectos do problema real. Há diversos fatores variáveis não considerados, como chuvas eventuais durante a estação seca, flutuações nas tarifas de energia elétrica e variações na potência da bomba, que pode não operar constantemente em sua potência máxima de 1,49 kW. Portanto, essa análise deve ser vista como uma estimativa e não como uma representação exata da situação real em estudo.

Através deste exemplo, é possível remodelar o conceito de função, transcendendo a tradicional explicação repleta de terminologia matemática, que frequentemente pode ser difícil de compreender. Utilizando dados escolhidos e coletados pelos próprios alunos, é viável elaborar uma abordagem mais acessível para conceituar funções, visando a conectar o aprendizado prático à compreensão matemática. Dessa forma, contribui-se para que os estudantes construam um conhecimento sólido e significativo. Desse modo, é possível atribuir novos significados a conceitos como função crescente, o domínio e a imagem de uma função, bem como até mesmo à própria definição de função.

A função custo mensal de energia pode ser classificada como uma função crescente em um intervalo específico quando, para quaisquer dois valores desse intervalo (m_1 e m_2) em que $m_1 < m_2$, os valores correspondentes da função ($c(m_1)$ e $c(m_2)$) obedecem à relação $C(m_1) < C(m_2)$. Em outras palavras, o valor da função aumenta à medida que a variável independente (neste caso, o número de meses, m) aumenta.

No que diz respeito ao domínio da função custo mensal de energia, este é representado por todos os meses de entrada (ou m) em que o custo mensal de energia, em reais (R\$), está definido e gera um resultado válido. Portanto, o número de meses (m) deve ser um valor real

não negativo, uma vez que não faz sentido ter um número negativo de meses. No entanto, deve-se considerar limitações práticas em relação ao número de meses. Por exemplo, não faz sentido ter 1000 meses de uso contínuo da bomba de água, uma vez que isso representaria mais de 80 anos de uso ininterrupto, o que não é viável. Assim, o domínio deve ser restrito a um intervalo prático, como $0 \leq m \leq 6$, que representa uma estimativa para o período de seca no ano de 2021, na cidade de Sinop, Mato Grosso.

Em relação à imagem da função custo mensal de energia, esta é representada por todos os valores de saída (ou $C(m)$) que a função pode assumir com base em seu domínio. No contexto desta função, a imagem (conjunto de valores possíveis para $C(m)$) pode ser interpretada da seguinte maneira: o custo mensal de energia ($C(m)$) será sempre um valor real não negativo, uma vez que não faz sentido ter um custo de energia negativo. Além disso, o custo mensal de energia aumenta linearmente com o número de meses (m) de uso da bomba de água. Portanto, a imagem da função consistirá em um conjunto de valores reais não negativos que representam o aumento dos custos de energia à medida que o uso da bomba se estende. Com o domínio variando de $0 < m < 6$, a imagem deve estar contida no intervalo $0 < C < 366,54$.

Neste contexto, é possível definir uma função como o mapeamento matemático que associa cada mês de um conjunto de meses no período de seca (domínio) a exatamente um valor de custo de energia pertencente a um conjunto de valores expressos em reais (contradomínio ou imagem).

Por fim como efeitos deste estudo de caso, mostra-se como foi possível calcular o consumo de energia necessário para manter quatro campos de futebol *Society* irrigados durante o período de seca, considerando um período de 5.4 meses. Os resultados indicaram que o custo seria de aproximadamente R\$ 329,89 para a irrigação com 100 m³ semanais de água e R\$ 494,80 para 150 m³. Além disso, realizou-se o exercício de reformular conceitos, incluindo a definição de função, com base na relação entre o período de meses e os custos de energia. Isso demonstra como a Modelagem Matemática pode enriquecer a compreensão dos conceitos matemáticos, tornando-os mais concretos e aplicáveis a situações do mundo real.

REFLEXÕES FINAIS

A abordagem tradicional em disciplinas, como em Cálculo I, dedica longas horas à exposição de definições e fórmulas, o que, em última análise, pode resultar em uma compreensão limitada por parte dos alunos. Muitos deles tendem a responder mecanicamente

quando questionados sobre o significado de conceitos fundamentais, como funções e derivadas, citando apenas que eles são fórmulas que geram outras fórmulas e tem gráficos.

Neste projeto, buscou-se adotar uma estratégia mais dinâmica e envolvente, a Modelagem Matemática. Na qual, os alunos não foram meros espectadores das fórmulas; em vez disso, participam ativamente do processo. Ao passo que o papel do professor, foi de orientador e, ao mesmo tempo, de aprendiz.

Particularmente, o estudo intitulado: “Modelagem Matemática: Irrigação dos Campos de Futebol”, ilustra de forma vívida como o projeto foi desenvolvido na disciplina. Mostra como foi possível calcular o consumo de energia necessário para manter quatro campos de futebol *Society* irrigados durante o período de seca, considerando um período de 5.4 meses. Os resultados indicaram que o custo seria de aproximadamente R\$ 329,89 para a irrigação com 100 m³ semanais de água e R\$ 494,80 para 150 m³.

Entre os resultados alcançados, merecem destaque as situações de aprendizagem em que os próprios estudantes, utilizando os dados obtidos nos experimentos, conseguiram estabelecer conexões significativas entre esses dados e conceitos matemáticos fundamentais, tais como coeficiente angular, domínio e imagem de uma função, entre outros. Esse processo resgatou a sensação de propriedade dos dados por parte dos alunos, permitindo-lhes perceber que estavam construindo algo de importância pessoal.

Nesse contexto, o processo de redescoberta e a busca por sentido tornaram-se essenciais. Não basta apresentar demonstrações altamente elaboradas ou castelos de conceitos abstratos. Os alunos precisam experimentar, sentir e saborear a atividade matemática.

No desenvolvimento do projeto, alguns aspectos merecem atenção, considerando que a ênfase na disciplina de Cálculo 1 recai sobre o conteúdo de derivadas, um ponto não abordado devido à limitação temporal. Contudo, o projeto se destaca ao cultivar a empatia dos alunos em relação à Matemática, o que pode contribuir para uma abordagem mais acolhedora que visa facilitar o processo de ensino e aprendizagem. A parceria entre alunos e professora na elaboração deste artigo ressalta o comprometimento e a relevância da iniciativa.

Agora refletindo em termos gerais, no que se refere, a proposta da Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo 1. Embora os resultados obtidos pelos diferentes alunos não alcançaram a mesma significância sob a perspectiva acadêmica formal, que requer publicações e resultados extraordinários, é importante ressaltar que todo esse processo representou uma valiosa jornada de aprendizado. Cada desafio superado e cada projeto,

independentemente de seu resultado, contribuíram para enriquecer a experiência de aprendizagem dos alunos, bem como do professor.

Certamente, é válido reconhecer que a Modelagem Matemática, apesar de seu valor inegável, não deve ser considerada a única abordagem de ensino, nem deve ser vista como detentora do monopólio do conhecimento. Deve-se levar em consideração que as pessoas possuem diferentes formas de aprendizagem, e, como resultado, podem se beneficiar mais com outras abordagens pedagógicas. De fato, o que desperta o entusiasmo pelo conhecimento em alguns indivíduos pode não ter o mesmo impacto em outros. A jornada de aprendizagem é uma experiência singular e individualizada para cada pessoa. Portanto, o papel do educador é facilitar essa jornada da melhor maneira possível, reconhecendo que diferentes estratégias e abordagens de ensino podem fortalecer e enriquecer o processo educativo como um todo.

A Modelagem Matemática, por sua vez, se destaca como uma das abordagens metodológicas mais produtivas e eficazes. Neste projeto, ela demonstrou ser altamente relevante e valiosa para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem de Matemática de forma interdisciplinar. Destaca-se a importância de uma abordagem prática e contextualizada no Ensino da Matemática, integrando o aprendizado teórico à resolução de problemas do mundo real, sob a perspectiva da Modelagem Matemática. Além disso, a maneira como foi incorporada ao projeto não impactou adversamente o cronograma da disciplina, viabilizando sua integração harmoniosa às atividades de Cálculo I. Isso ressalta ainda mais sua utilidade como ferramenta pedagógica no contexto acadêmico, mostrando seu potencial para transformar positivamente a experiência de aprendizado dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. São Paulo: Editora Contexto, 2019.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. Blumenau: Ed. Contexto, 2000.

CARVALHO, D. S. de; CANGUSSU, E. S.; OLIVEIRA, L. H. S. de. Modelagem Matemática Envolvendo Atividades de Cálculo Integral. **REAMEC** - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, [S. l.], v. 6, n. 3, p. 92–104, 2018. DOI: <https://doi.org/10.26571/REAMEC.a2019.v6.n3.p92-104.i7722>.

KANT, I. [1787]. **Crítica da razão pura**. Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. Introdução e notas de Alexandre Fradique Morujão, 5. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. [Nas referências desta obra, utilizamos as letras A e B para indicar as colunas das páginas em edições críticas. A letra A representa a coluna da esquerda, B a coluna da direita, seguidas por números para especificar a posição do texto].

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações** [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 41-58. ISBN 978-85-7798-232-5. DOI: <https://doi.org/10.7476/9788577982325.0003>.

MUSIAU, P. M.; ALVES, G. P. R.; VANUCHI, V. C. F. Metodologias ativas no ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral. **Anais VII CONEDU** - Edição Online. Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/68878>.

OTTE, M. F. **A Realidade das Ideias: uma perspectiva epistemológica para a Educação Matemática**. Cuiabá: Editora da UFMT, 2012.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **VIDYA**, v. 34, n. 2, p. 61-74, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014.

RUBI, G. L. Metodologias Ativas no Ensino de Cálculo: Desafios e Oportunidades. **Congresso Internacional de Desenvolvimento Urbano (CIDU)**, 2018. Disponível em: [232.pdf \(pucrs.br\)](232.pdf(pucrs.br)).

RODRIGUES, M. U.; GONÇALVES, W. V. (2018). Projetos de Ensino de Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores: Uma Experiência em uma Escola de Assentamento Rural. **CoInspiração** - Revista dos Professores que Ensinam Matemática, 1(1), 146–162. DOI: <https://doi.org/10.61074/2596-0172.2018.v1.146-162>.

SANTANA, G. F. da S. **A Complementaridade entre sentido e referência dos símbolos da Matemática**. 2019. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e em Matemática) – PPGECEM/ REAMEC, UFMT, Cuiabá, 2019.

STEWART, J. **Cálculo**, volume 1. 6. ed. São Paulo: Thompson Learning, 2012.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em Práticas com Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma proposta de instrumento. São Paulo: **Educação Matemática**

Pesquisa, v. 22, n. 2, p. 025-054, 2020. DOI:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39991>.

Histórico

Submetido: 15 de outubro de 2021.

Aprovado: 17 de novembro de 2021.

Publicado: 20 de dezembro de 2021.

Como citar o artigo - ABNT

ZAMBIASI, J. M.; KREFF, J. C. M.; SANTANA, G. F. S. Modelagem Matemática e Cálculo I: Uma Abordagem Prática na Irrigação dos Campos de Futebol. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), e2021011, 2021. <https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2021011>

Licença de Uso

Licenciado sob Creative Commons Atribuição-Não Comercial-Sem Derivações 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Porém, não permite adaptar, remixar, transformar ou construir sobre o material, tampouco pode usar o manuscrito para fins comerciais. Sempre que usar informações do manuscrito deve ser atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.

